

ERDMAGNETISCHE VARIATIONEN
UND DIE ELEKTRISCHE LEITFÄHIGKEIT IN TIEFEREN SCHICHTEN
DER ERDE

Von Ulrich Schmucker, Göttingen

1. Einführung

Die Erde ist bekanntlich von zwei Kraftfeldern umgeben, einem Gravitationsfeld und einem Magnetfeld. Die Existenz des Gravitationsfeldes folgt unmittelbar aus dem fundamentalen Naturgesetz von Newton. Es ist für eine vorgegebene Verteilung der Massen im Erdinnern einfach zu berechnen und keinen oder doch nur kaum meßbaren zeitlichen Schwankungen unterworfen. Um hingegen die Ursachen des Magnetfeldes zu verstehen, müssen Gesetze der Elektrodynamik und Hydrodynamik auf Vorgänge und Zustände im tiefen Erdinnern angewandt werden, über die wir nur unvollkommene Kenntnisse besitzen. Vermutlich ist das Magnetfeld als ein schwaches, äußeres Streufeld von elektrischen Strömen aufzufassen, die im metallisch leitenden Erdkern, also mindestens 2900 km tief unter der Oberfläche fließen und die nach dem Prinzip eines Dynamos durch thermische Konvektionsströme im flüssigen äußeren Erdkern aufrecht erhalten werden. Darüber wie diese Konvektion zustande kommt, gibt es nur Vermutungen.

Ganz im Gegensatz zum Schwerfeld ist das Magnetfeld außerdem auffallenden und bereits seit langem bekannten Schwankungen unterworfen, die seine Stärke bis zu Bruchteilen von 1% im Jahr verändern können. Es gilt als sicher, daß diese als "Säkularvariation" bezeichneten Magnetfeldänderungen gleichfalls ihren Ursprung im Erdkern haben. In ihnen sehen wir das Wandern, Entstehen und Auflösen

von Stromwirbeln im äußeren Erdkern, ohne diese Vorgänge im einzelnen verstehen und erklären zu können.

Etwa ein Jahrhundert nach der Entdeckung der Säkularvariation im 17. Jahrhundert wurde erkannt, daß diesen langsam verlaufenden Feldänderungen eine ständige "magnetische Unruhe" überlagert ist, die man heute als "erdmagnetische Variationen" bezeichnet. Auch sie können das Magnetfeld bis zu Bruchteilen von 1% verändern, aber dies geschieht im Verlauf von Stunden oder sogar Minuten. Ihre wenig später beobachtete Beziehung zu Nordlichtern in hohen Breiten zeigt, daß sie im Gegensatz zum säkular-veränderlichen Magnetfeld des Erdinneren mit elektrodynamischen Vorgängen außerhalb der Erde verbunden sind.

Um diese Vorgänge besser kennenzulernen, veranlaßten C.F. Gauß und W. Weber zwischen 1836 und 1841 gleichzeitige "Terminbeobachtungen" der erdmagnetischen Deklination an vielen Orten (Abb.1).

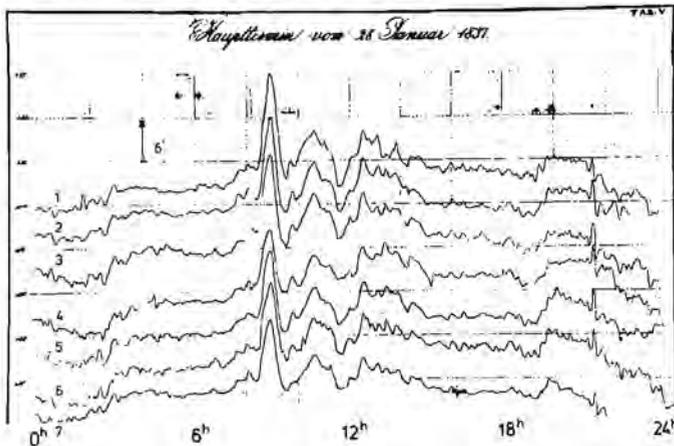


Abb.1: Gleichzeitige Terminbeobachtungen der erdmagnetischen Deklination durch den "magnetischen Verein" von Mitternacht bis Mitternacht in Uppsala (1), Kopenhagen (2), Altona (3), Breda (4), Göttingen (5), Berlin (6) und Breslau (7). Sie ergeben für alle Orte einen sehr ähnlichen Verlauf der zeitlichen Schwankungen, die neben einem Tagesgang aus schnellen Oszillationen bestehen, die die Deklination bis zu 1/3 Grad verändern. Reproduktion aus den Berichten des "magnetischen Vereins", herausgegeben von Gauß und Weber (1).

Diese zeigten zum ersten Mal in aller Deutlichkeit, wie ähnlich erdmagnetische Variationen über große Entfernungen hinweg verlaufen, ein Hinweis darauf, daß die sie erzeugenden Ströme weit oberhalb der durch das Wetter beeinflussten Luftschichten fließen. Heute wissen wir, daß es sich um Ströme in der Ionosphäre und Magnetosphäre handelt, die zum einen durch die Wellenstrahlung der Sonne und zum anderen durch die Wechselwirkung des solaren Windes mit dem Magnetfeld der Erde ausgelöst werden.

Etwa fünfzig Jahre später gelang Schuster (2) der Nachweis, daß die erdmagnetischen Variationen zumindest nicht ausschließlich äußeren Ursprungs sein können. Er untersuchte den durch die Wellenstrahlung bedingten "täglichen Gang" erdmagnetischer Variationen, wie ihn Abb. 3 zeigt, und wandte auf sie das GAUSSsche Trennungsvorgehen für Potentialfelder an. Dieses hypothesenfreie Verfahren erlaubt die Zerlegung eines auf einer Kugeloberfläche beobachteten Feldes in einen Anteil äußeren und einem Anteil inneren Ursprungs. In einem Anhang zu Schusters Abhandlung zeigte H. Lamb, daß der etwas schwächere innere Anteil des "täglichen Ganges" durch elektromagnetische Induktion im elektrisch leitenden Erdkörper erklärt werden kann: Durch zeitliche Änderungen der magnetischen Kraftflußdichte, deren primäre Quellen außerhalb der Erde liegen, werden im Erdkörper Wirbelströme induziert, deren Magnetfeld das Feld der primären Quellen in größerer Tiefe wie bei einem Skin-Effekt aufhebt. An der Erdoberfläche tritt dieses sekundäre Feld als "innerer Anteil" erdmagnetischer Variationen in Erscheinung.

Damit war ein Weg eröffnet, aus der Analyse weltweit beobachteter erdmagnetischer Variationen auf die elektrische Leitfähigkeit im Erdinnern zu schließen. Aussagen beschränken sich dabei jeweils auf denjenigen Tiefenbereich, in dem der Schwerpunkt der induzierenden Feldes liegt. Für den täglichen Gang, also für Perioden von 24, 12, 8 und 6 Stunden betrifft dies - wie noch gezeigt wird - den Erdmantel zwischen 300 km und 600 km Tiefe. Diese Angaben gelten allerdings nur für Kontinente.

Es ist das Ziel dieses Vortrages, die seit der Entdeckung Schusters erzielten Fortschritte in der Erforschung der Leitfähigkeit tiefer Erdschichten darzustellen und anzudeuten, welche Schlüsse man daraus

Über Zustand und Eigenschaften der Erdmaterie in großen Tiefen ziehen darf. Es sei vermerkt, daß neben den Ausbreitungsgeschwindigkeiten seismischer Wellen die elektrische Leitfähigkeit der einzige physikalische Parameter ist, über den wir aus Oberflächenbeobachtungen direkte und im Idealfall eindeutige Aussagen gewinnen können.

2. Weltweite Studien des inneren Anteils erdmagnetischer Variationen und Schlüsse auf die globale Tiefenverteilung der Leitfähigkeit

2.1 Theoretische Grundlagen

Die von Schuster eingeführte klassische Methode beruht, wie bereits ausgeführt, auf einer hypothesenfreien Zerlegung weltweit beobachteter Variationsfelder in einen äußeren primären (= induzierenden) und einen inneren sekundären (= induzierten) Anteil. Aus den Beziehungen dieser Anteile zueinander läßt sich die Eindringtiefe der Variationen ableiten und damit eine Aussage über die Widerstandsverteilung im Erdinnern gewinnen. Dies sei an einem einfachen Modell erläutert:

Die Erde, eine Kugel vom Radius a , bestehe aus einer ideal-leitenden inneren Kugel vom Radius $R < a$ (spez. Widerstand $\rho = 0$) und einer nicht-leitenden Außenschale (spez. Widerstand $\rho = \infty$). Sie befinde sich in dem zeitlich veränderlichen Magnetfeld eines Kreisstroms vom Radius $R_0 \gg a$, der die Erde in der Äquatorebene umfließt und in ihrer Umgebung ein näherungsweise homogenes Magnetfeld $H^{(e)} = A$ parallel zur Erdachse erzeugt (Abb. 2).

Das zu diesem Feld äußeren Ursprungs gehörige "innere" Feld $H^{(i)}$ ist das Feld von Wirbelströmen, die in der Oberfläche der ideal-leitenden inneren Kugel als unendlich dünner Schichtstrom fließen. Sie müssen innerhalb dieser Kugel einen feldfreien Raum schaffen,

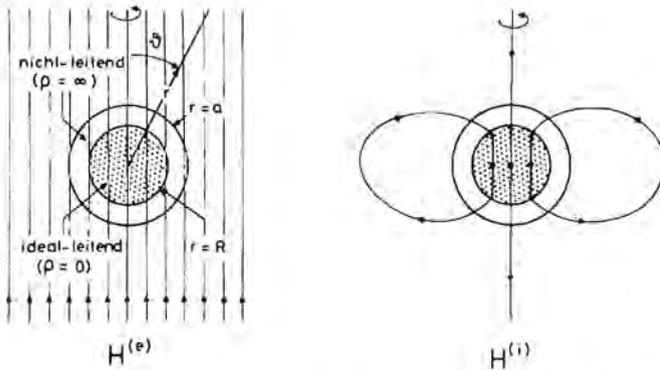


Abb.2: Induktion durch ein homogenes äußeres Feld $H^{(e)}$ in einem einfachen Erdmodell. Das durch induzierte Wirbelströme hervorgerufene innere Feld $H^{(i)}$ im Außenraum ist für das gewählte Modell ein Dipolfeld.

für den also $\underline{H}^{(i)} = -\underline{H}^{(e)}$ gilt. Ausgeschrieben für die radialen und tangentialen Feldkomponenten lautet diese Bedingung für $r < R$

$$H_r^{(e)} = -H_r^{(i)} = A \cos \theta \tag{1}$$

$$H_\theta^{(e)} = -H_\theta^{(i)} = -A \sin \theta$$

mit θ als Winkel zwischen dem Radiusvektor \underline{r} eines Aufpunktes und der Erdachse.

Das Feld der induzierten Wirbelströme im Außenraum $r \geq R$ muß dann so beschaffen sein, daß die Radialkomponente des Gesamtfeldes, $H_r = H_r^{(e)} + H_r^{(i)}$ für $r = R$ wegen der Stetigkeit von H_r auf dieser Grenzfläche gerade verschwindet. Außerdem muß $\underline{H}^{(i)}$ als negativer Gradient eines Potentials $U^{(i)}$ herleitbar sein, das der Laplace-Gleichung $\Delta U^{(i)} = 0$ genügt, und für $r \rightarrow \infty$ gegen Null streben. Diese Bedingungen werden durch das Feld eines fiktiven Dipols im Erdmittelpunkt erfüllt, dessen Moment $-\frac{1}{2} R^3 \underline{H}^{(e)}$ beträgt. Die Feldkomponenten sind demnach für $R_0 > r \geq R$ gegeben durch

$$\begin{aligned} H_r^{(e)} &= A \cos \theta & H_r^{(i)} &= -A(R/r)^3 \cos \theta \\ H_\theta^{(e)} &= -A \sin \theta & H_\theta^{(i)} &= -\frac{A}{2}(R/r)^3 \sin \theta \end{aligned} \tag{2}$$

Das GAUSSsche Trennungungsverfahren geht von einer Potentialdarstellung des Feldes in dem quellenfreien Bereich $R < r < R_0$ zwischen den äußeren und inneren Quellen aus, der die Erdoberfläche $r = a$ einschließt. In dem zunächst betrachteten Fall eines homogenen äußeren Feldes ist hier

$$U^{(e)} = - r \text{Acos}\theta \quad (3a)$$

das Potential des äußeren Anteils und

$$U^{(i)} = - a \text{B}(a/r)^2 \text{cos}\theta \quad (3b)$$

das Potential des inneren Anteils mit

$$\text{B} = \frac{\text{A}}{2} (R/a)^3,$$

wovon man sich durch Differenzieren zur Gewinnung der Feldkomponenten $H_r = - \partial U / \partial r$, $H_\theta = - r^{-1} \partial U / \partial \theta$ und Vergleich mit Gl.(2) leicht überzeugt. Das GAUSSsche Verfahren liefert die Koeffizienten A und B getrennt für das äußere und innere Potential. Aus ihrem Verhältnis

$$s_1 = \frac{\text{B}}{\text{A}} = \frac{1}{2} q^3 \quad (4)$$

mit $q = R/a$ ist der Radius der inneren ideal-leitenden unmittelbar ablesbar.

Im Falle eines beliebig gestalteten quellenfreien Feldes ist eine Entwicklung der Potentiale für $r = \text{const.}$ nach Kugelfunktionen vorzunehmen. Für axialsymmetrische Felder, auf die sich zur Vereinfachung im folgenden alle Formeln beziehen, erfolgt die Reihendarstellung durch zonale Kugelfunktionen $P_n(\text{cos}\theta)$,

$$U^{(e)}(r, \theta) = - a \sum_{n=1}^{\infty} \text{A}_n (r/a)^n P_n(\text{cos}\theta) \quad (5)$$

$$U^{(i)}(r, \theta) = - a \sum_{n=1}^{\infty} \text{B}_n (a/r)^{n+1} P_n(\text{cos}\theta),$$

im allgemeinen Fall nicht-axialsymmetrischer Felder durch allgemeine Kugelfunktionen. Die Beziehung zwischen innerem und äußerem Feldanteil wird nunmehr durch eine vom Grade n der Kugelfunktionen

abhängige Zahl s_n ausgedrückt, definiert durch

$$B_n = s_n A_n, \quad (6)$$

deren oberer Grenzwert $s_n = n/(n+1)$ die Induktion in einer idealleitenden Erdkugel ($R=a$) angibt. Für das hier betrachtete Leitfähigkeitsmodell ergibt sich aus der Randbedingung $H_r=0$ für $r=R$

$$s_n = \frac{n}{n+1} q^{2n+1}, \quad (6a)$$

so daß Gl.(4) mit $P_1 = \cos\theta$ nunmehr einen Sonderfall für $n = 1$ darstellt.

2.2 Der innere Anteil von Dst-Variationen

Mit diesem einfachen Modell kann die Induktion durch die weltweit beobachtete Nachphase erdmagnetischer Stürme, wie sie Abb. 3 zeigt, bereits gut erklärt werden. Ihre äußere Quelle ist ein äquatorialer Kreisstrom, der die Erdkugel in großem Abstand in der geomagnetischen Äquatorebene von Ost nach West umfließt und dessen Stärke im Verlauf von Tagen nach Sturmbeginn langsam abklingt (Abb. 4). Das äußere Feld dieser sogenannten Dst- (= solar disturbed) Variationen ist also in Erdnähe näherungsweise homogen und in Gl.(6a) ist $n = 1$ zu setzen.

Aus der Potentialtrennung zahlreicher Einzelstürme erhielten Chapman und Price (3) ein Potentialverhältnis $s_1 = 0.36$ für die ersten beiden Tage nach Sturmbeginn. Mit $a = 6371$ km (Erdradius) entspricht dieser Wert nach Gl.(4) einer Tiefe des idealen Leiters unter der Erdoberfläche von 660 km.

Dieses richtungsweisende Ergebnis enthält die auch heute noch unverändert gültige Erkenntnis, daß die äußeren Erdschichten bis zu großen Tiefen hin schlechte Leiter sind, daß aber in dem als "Übergangszone C" des Erdmantels bezeichneten Bereich zwischen 400 und 1000 km ein steiler Widerstandsabfall vorhanden sein muß und daß hier in einem schmalen Tiefenbereich die durch Dst-Variationen induzierten Ströme fließen.

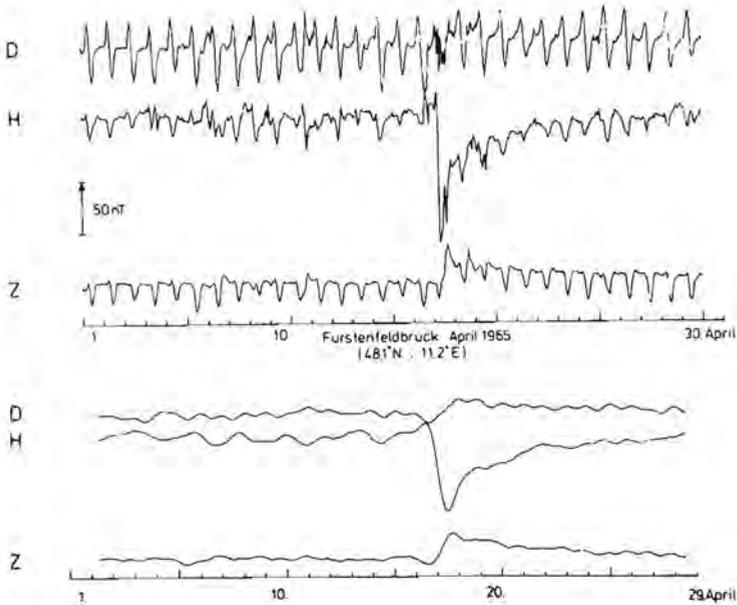


Abb.3: Oben: Stündliche Mittelwerte der erdmagnetischen Ostkomponente (D), Nordkomponente (H) und Vertikalkomponente (Z) im Monat April 1965 nach Beobachtungen des Observatoriums Fürstenfeldbruck. Eine Folge magnetisch ruhiger Tage mit einem fast gleichförmig wiederholten täglichen Sq-Gang wird durch einen am 17. April beginnenden magnetischen Sturm unterbrochen. Unten: Die Dst-Nachphase des Sturmes, bestehend in einer langsam abklingenden Verminderung von H und Verstärkung von Z. Um sie besser sichtbar zu machen, ist der Sq-Gang durch einen Tiefpaß mit einer Abschneideperiode von 32 h herausgefiltert worden. Zu beachten sind auch die kleinen Schwankungen außerhalb der eigentlichen Dst-Nachphase, die gleichfalls weltweit korrelierbar sind und ein spektrales Dst-Kontinuum erzeugen. $1 \text{ nT} = 10^{-9} \text{ Tesla}$.

Wie lassen sich nun Aussagen über endliche Widerstände im Erdkörper gewinnen, die sich in einer zeitlichen Verzögerung des induzierten Feldes gegenüber dem induzierenden Feld ausdrücken? Hierzu ist der bisherige Ansatz von Gl.(6) so zu erweitern, daß das Potential des inneren Anteils zu einem gewählten Zeitpunkt t_0

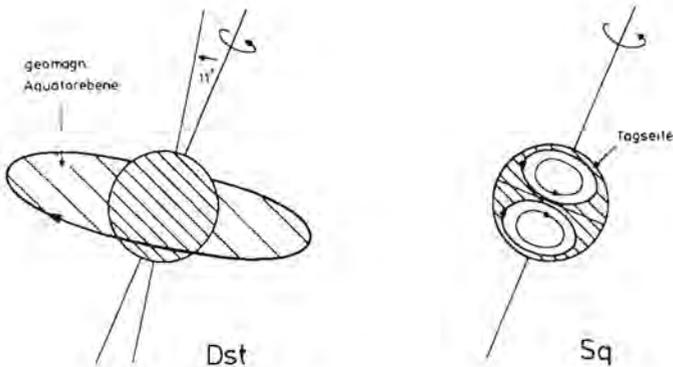


Abb.4: Strommodelle für den äußeren Anteil langperiodischer erdmagnetischer Variationen.
 Links: Äquatorialer Ringstrom zur Erzeugung der Dst-Nachphase magnetischer Stürme.
 Rechts: Ionosphärische Stromwirbel auf der Tagseite, die auf der unter diesen Wirbeln rotierenden Erde den Tagesgang Sq an magnetisch ruhigen Tagen hervorrufen.

auf das Potential des äußeren Anteils zu allen früheren Zeiten $t \leq t_0$ bezogen wird. An die Stelle eines einfachen Produktes tritt also ein Faltungsintegral

$$B_n(t_0) = \int_0^{\infty} S_n(t) A_n(t_0 - t) dt, \quad (7)$$

dessen Kern die zu bestimmende induktive Impulsantwortfunktion $S_n(t)$ der leitfähigen Erde darstellt. In dem bisher behandelten Sonderfall idealer Leiter ist sie eine Deltafunktion, d.h. in den Null verschiedenen Werten von $S_n(t)$ für $t > 0$ tritt die endliche Leitfähigkeit des Erdinnern in Erscheinung.

Die praktische Bestimmung von Impulsantwortfunktionen hat sich allerdings als schwierig erwiesen. Man geht daher von einer FOURIER-Transformation von Gl.(7) aus und bestimmt eine Übertragungsfunktion $\tilde{S}_n(\omega)$ zwischen innerem und äußerem Feldanteil. Sie ist als FOURIER-Transformierte von $S_n(t)$ eine komplexe Funktion der Kreisfrequenz ω , die zudem einer Dispersionsrelation genügt, um bei

einer Rücktransformation aus Gründen der Kausalität $S_n(t) = 0$ für $t < 0$ zu ergeben. Nach dem Faltungssatz lautet dann die FOURIER-Transformation von Gl.(7)

$$\tilde{B}_n(\omega) = \tilde{S}_n(\omega) \cdot A_n(\omega), \quad (8)$$

wenn \tilde{A}_n und \tilde{B}_n die gleichfalls komplexen Potentialkoeffizienten der FOURIER-analysierten und zerlegten Felder bezeichnen.

In dem Argument von $\tilde{S}_n(\omega)$ wird die Phasenverschiebung des inneren gegenüber dem äußeren Anteil und damit der endliche Widerstand im Bereich der Eindringtiefe sichtbar. Ist $\rho=0$ wie in dem Modell einer ideal-leitenden inneren Kugel mit einer nicht-leitenden Außenschale, so wird \tilde{S}_n eine reelle, frequenzunabhängige Konstante und mit s_n in Gl.(6) identisch.

Inzwischen liegen erste spektralanalytisch gewonnene Bestimmungen der Übertragungsfunktion $\tilde{S}_n(\omega)$ für die Dst-Nachphase individueller Stürme vor. Devane (4) erhielt für Perioden zwischen 32 und 128 Std. Beträge zwischen 0,35 und 0,33 mit Phasen von 11° bis 8° . Wie im Abschnitt 5 gezeigt wird, entsprechen diesen Phasen Widerstände von 15 bis 60 Ω ab 400-600 km Tiefe. Bis zu den genannten Tiefen erscheint der Erdmantel als Nichtleiter mit beliebig großem Widerstand, in dem durch die sehr langsam verlaufenden Dst-Variationen praktisch keine Ströme induziert werden.

2.3 Der innere Anteil von Sq-Variationen

Um die Widerstandsverteilung für den schlecht-leitenden oberen Erdmantel zu erhalten, muß der innere Anteil von Variationen betrachtet werden, die infolge ihrer kürzeren Periode weniger tief eindringen. Als besonders geeignet hierzu hat sich der bereits von Schuster (2) benutzte "tägliche Gang" erwiesen, insbesondere der als Sq (= solar quiet) bezeichnete sonnentägliche Gang im Unterschied zum mondtäglichen Gang L. Seine primäre Quelle sind zwei ionosphärische Stromsysteme nördlich und südlich des Äquators auf der Tagseite der Erde (Abb.4). Sq-Variationen besitzen also eine der Ortszeit entsprechende Abhängigkeit von der geographischen Länge λ . Die Zentren der Stromsysteme liegen etwa symme-

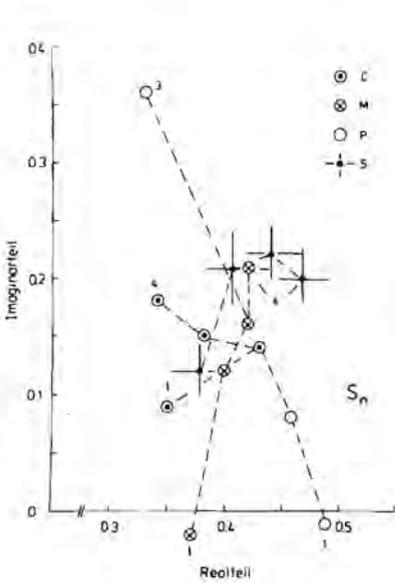


Abb. 5: Verhältnis \tilde{S}_n der komplexen inneren und äußeren Potentialkoeffizienten des Sq-Ganges für Perioden von 24h (1) bis 6 h (4) und $n=m+1$. C: Globale Analyse 1902/1905 (5); M,P: Globale Analysen 1957/58 (6,7); S: Bestimmungen nach den Z:H-Verfahren mit 14 europäischen Observatorien (8). Es wurden stündliche Mittelwerte der äquatorialen Monate März-April und Sept.-Okt. verwandt.

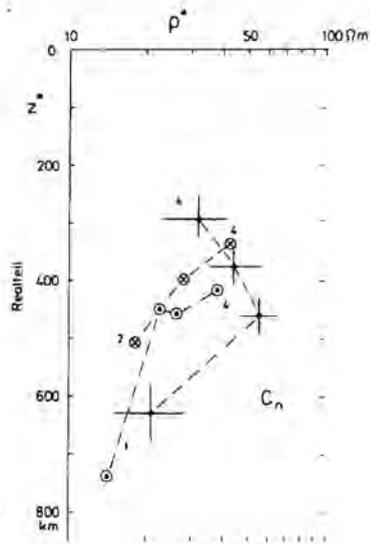


Abb. 6: Aus den \tilde{S}_n -Verhältnissen in Abb. 5 nach Gl. (11) berechnete komplexe Eindringtiefen C_n des Sq-Ganges, dargestellt in der Form scheinbarer spez. Widerstände ρ^* nach Gl. (27) für die Tiefen $z^* = \text{Re}(C_n)$ und Perioden von 24 h (1) bis 6 h (4).

trisch zueinander auf dem Mittagsmeridian in 30° bis 35° nördlicher und südlicher Breite. Registrierbeispiel von Sq in mittleren nördlichen Breiten für eine Folge ruhiger Tage zeigt Abb. 3.

In der Entwicklung des weltweiten Sq-Variationsfeldes nach Kugelfunktionen, die in der Regel nicht für die Variationen selbst sondern für ihre harmonischen Koeffizienten vorgenommen wird, überwiegt für die m-te Harmonische derjenige Term, der die Kugel-

flächenfunktion $P_n^m(\cos\theta) \exp\lambda(im\lambda)$ mit $n=m+1$ enthält. Zusammen mit dem Welt-Zeitfaktor $\exp(im\omega_0 t)$, $\omega_0 = 2\pi/\text{Tag}$, ergibt sich daraus, wie gefordert, eine nur von der Ortszeit $t' = t + \lambda/\omega_0$ abhängige Schwingung für einen festen Ort (5).

Für diese Terme liegen die zur Zeit besten Bestimmungen für das Potentialverhältnis von innerem zu äußerem Anteil vor, wenn auch die Übereinstimmung verschiedener Analysen nicht voll befriedigt (Abb.5 und 6). Insgesamt ergeben sie für den Sq-Gang Eindringtiefen von 300 km ($m=4$) bis 700 km ($m=1$). Phasen von 10° bis 25° lassen mittlere Widerstände von 20 bis 50 Ωm für den Bereich der Eindringtiefen erwarten.

2.4 Modellstudien zur Deutung des inneren Anteils von Dst und Sq

Lahiri und Price (9) haben es erstmals in einer umfangreichen Modellstudie unternommen, die Vielzahl möglicher Erdmodelle, mit denen die inneren Anteile von Sq und Dst erklärt werden können, durch extreme Verteilungen abzugrenzen. Als Eingabedaten benutzten sie die Ergebnisse der Dst-Analyse von Chapman und Price (3) und der Sq-Analyse von Chapman (5). Bereits früher hatte Chapman (5) gezeigt, daß der innere Anteil von Sq (und L) für sich genommen durch eine homogene innere Kugel mit $\rho = 28\Omega\text{m}$ in 250 km Tiefe erklärt werden kann mit $\rho = \infty$ für die darüberliegende Schale. Lahiri und Price wählten eine Verteilung der Form $\rho(r) = \infty$ für $R < r < a$ und $\rho(r) = \rho_0 (r/a)^s$ für $r \leq R$ mit einer dünnen Schicht der integrierten Leitfähigkeit τ an der Oberfläche $r=a$. Ihr Modell enthält also insgesamt vier bestimmbare Parameter R , ρ_0 , s und τ . Dabei ist τ die über die als unendlich dünn angenommene Schichtdicke integrierte Leitfähigkeit, im Falle konstanter Leitfähigkeit also das Produkt aus Leitfähigkeit und Schichtdicke.

Für die genannten Parameter fanden Lahiri und Price folgende extreme, mit Sq und Dst verträgliche Kombinationen (Abb.7):
(1) Modell "d" mit $R = a$, $\rho_0 = 250\Omega\text{m}$, $s = 37$ und $\tau = 2000 \text{ S}$, also einem stetigen Widerstandsabfall von $250\Omega\text{m}$ an der Oberfläche über $1\Omega\text{m}$ in 880 km Tiefe auf $\rho = 0$ im Erdmittelpunkt;

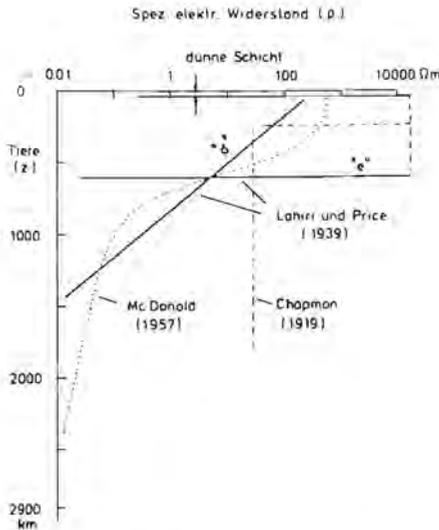


Abb.7: Klassische Erdmodelle des spez. Widerstandes zur Erklärung des inneren Anteils von Dst und Sq nach globalen Trennungsanalysen.

1. Chapmans Sq-Modell (5);
2. Extremmodelle von Lahiri und Price (9)
3. McDonalds Modell, das zusätzlich die induktive Durchlässigkeit des Erdmantels für Säkularvariationen aus dem Erdkern berücksichtigt (11)

(2) Modell "e" mit $R/a = 0.903$, $\rho_0 = 0$ und $\tau = 5100$ S, also einen Widerstandssprung von Unendlich auf Null in 600 km Tiefe.

Wichtig ist bei den Modellen die Notwendigkeit, eine gut-leitende Schicht an der Oberfläche oder in geringer Tiefe hinzuzufügen. Bei einer Schichtdicke von 5 km würde beispielsweise ihr Widerstand für Modell "e" etwa $1\Omega\text{m}$ und für Modell "d" $2,5\Omega\text{m}$ betragen müssen. Im übrigen vermerkten Lahiri und Price nachdrücklich, daß die Induktion durch Sq und Dst sowohl mit einem stetigen wie auch mit einer sprunghaften Abnahme des Widerstandes im Erdmantel richtig erklärt werden kann.

Diese Grundmodelle sind in der Folgezeit von Rikitake (10) und insbesondere von McDonald (11) leicht abgeändert worden (Abb.7). In McDonalds Modell wird zusätzlich berücksichtigt, daß die Leitfähigkeit des Erdmantels nicht beliebig groß werden kann, da sonst die erdmagnetische Säkularvariation, deren Quellen im Erdkern liegen, im Erdmantel durch induzierte Wirbelströme auf Null reduziert würde. Aus der Größe der tatsächlich beobachteten Säkularvariation ergibt sich $0.02\Omega\text{m}$ als untere Grenze für den Widerstand des Erdmantels im Ganzen (12). McDonalds Modell folgt daher bis zu Tiefen um 600 km im wesentlichen dem LAHIRI-PRICE-Modell "d", weicht davon aber in größeren Tiefen durch die Wahl eines sehr viel flacheren Widerstandsabfalls ab.

Rikitake zeigte, daß die sprunghafte Abnahme des Widerstandes auch in eine Tiefe von 400 km verlegt werden kann ohne allerdings die Anpassung an die Eingabedaten damit irgendwie zu verbessern. Diese Tiefe wurde vermutlich in Anlehnung an damalige Vorstellungen der Seismologie gewählt, eine in den Laufzeitkurven beobachtete sogenannte 20° -Diskontinuität durch eine sprunghafte Erhöhung des Gradienten der seismischen Geschwindigkeit in 410 km Tiefe zu erklären.

Mit diesen Ergänzungen war die Ausdeutung des inneren Anteils globaler Variationsfelder zu einem gewissen Abschluß gelangt. Neuere Bearbeitungen, insbesondere von Sq, haben zwar wesentlich verfeinerte Darstellungen des inneren Anteils ergeben. Doch örtliche Anomalien des inneren Anteils, wie sie mehr und mehr in Erscheinung traten, können bei einer Entwicklung nach Kugelfunktionen nur unvollständig berücksichtigt werden. An die Stelle von globalen Analysen des Sq und Dst-Feldes sind daher zunehmend lokale Studien getreten, über die nunmehr berichtet werden soll.

3. Die Vertikalkomponente erdmagnetischer Variationen
an Einzelstationen und Schlüsse auf die
örtliche Tiefenverteilung der Leitfähigkeit

Wie schon erwähnt, führt eine Zerlegung globaler Variationsfelder in äußere und innere Feldanteile überall dort zu Schwierigkeiten, wo unterschiedliche Widerstand - Tiefenverteilungen den inneren Anteil in einem begrenzten Gebiet verändern. Dies betrifft auch oberflächennahe Unterschiede des Widerstandes, insbesondere den Kontrast zwischen gut-leitendem Meerwasser ($\rho=0.25\Omega\text{m}$) und vergleichsweise schlecht-leitendem festländischen Gesteinsschichten ($1-1000\Omega\text{m}$), der zu deutlichen "Küstenanomalien" der Vertikalkomponente von S_q führt (13).

Um solche Gebiete mit Anomalien des inneren Anteils von der Analyse auszuschließen, ist es notwendig, mit Beobachtungen an ausgewählten Einzelstationen zu arbeiten und auf eine Trennung der Feldanteile gänzlich zu verzichten. Dabei werden Aussagen über Eindringtiefe und Tiefenverteilungen des Widerstandes aus den an einem Ort beobachteten Variationen der Vertikalkomponente nach einem der folgenden Verfahren gewonnen:

3.1 Das Z:H-Verfahren

Das Verfahren beruht auf der Voraussetzung, daß das global induzierende Feld durch einen einzigen Term in der Entwicklung nach Kugelfunktionen beschrieben werden kann. Im Fall eines axial-symmetrischen Feldes sei dies die zonale Kugelfunktion $P_n(\cos\theta)$. Entsprechend Gl. (5) ist dann

$$U = U^{(e)} + U^{(i)} = -a \left\{ A_n \left(\frac{r}{a}\right)^n + B_n \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} \right\} P_n$$

das Potential des Gesamtfeldes für $r > a$ unterhalb der äußeren Quellen, aus dem sich als Feldkomponenten für $r = a$

$$H_r = \{n A_n - (n+1) B_n\} P_n \quad H_\theta = \{A_n + B_n\} dP_n / d\theta \quad (9)$$

ergeben. Der innere Anteil, ausgedrückt durch den Koeffizienten B_n , vergrößert also die Horizontalkomponenten (H) und vermindert die Vertikalkomponente (Z), so daß das Verhältnis dieser Komponenten zueinander etwas über die örtliche Größe des inneren Anteils aussagt. Dies sei zunächst an einem einfachen Modell erläutert:

Setzt man nach Gl.(6a) $s_n = B_n/A_n$ für das Modell einer idealleitenden inneren Kugel vom Radius $R = qa$ ein, so folgt als Z:H-Verhältnis

$$\frac{H_r}{H_\theta} = f_n(\theta) \frac{1-q^{2n+1}}{1+\frac{n}{n+1} q^{2n+1}}$$

mit

$$f_n(\theta) = \frac{n P_n}{d P_n/d\theta}$$

Dieser Breitenfaktor $f_n(\theta)$ ist aus vorgegebenen Werten von θ und n abzuleiten. Ist die Tiefe des idealen Leiters $h = a-R$ klein im Vergleich zum Erdradius a , so kann näherungsweise $q^m = 1-m h/a$ gesetzt werden und es gilt

$$\frac{H_r}{H_\theta} = f_n(\theta) \frac{(n+1)h}{a} \quad (10)$$

Diese Formel enthält die allgemeingültige Regel, daß das Z:H-Verhältnis bis auf einen Faktor die Größe der Eindringtiefe im Verhältnis zum Erdradius, multipliziert mit $(n+1)$, angibt.

Der Abb. 3 entnimmt man beispielsweise für die Dst-Nachphase ein Verhältnis $H_r:H_\theta = -1:4$. Daraus folgt mit $n=1$ für das induzierende homogene Ringstromfeld, $\theta = 42^\circ$ für die geomagnetische Ko-Breite des Beobachtungsortes und $f_1(\theta) = -\text{ctg}\theta$ eine Tiefe des idealen Leiters von $h = 720$ km in guter Übereinstimmung mit global abgeleiteten Werten (s. Abschnitt 2.2).

Soll die endliche Leitfähigkeit im Erdinnern berücksichtigt werden, ist Gl.(10) nach dem Vorbild von Gl.(7) in der Form eines Faltungsintegrals zu schreiben oder es ist eine FOURIER-Transfor-

mation vorzunehmen. An die Stelle der Tiefe h des idealen Leiters tritt dann eine neue komplexe Übertragungsfunktion, die als Eindringtiefe $\tilde{C}_n(\omega)$ bezeichnet werden soll. Sie ist definiert durch folgende Beziehung zum Potentialverhältnis \tilde{S}_n in Gl.(8):

$$C_n = \frac{a}{n+1} \frac{1 - \frac{n+1}{n} \tilde{S}_n}{1 + \tilde{S}_n} \quad (11)$$

Einsetzen in (9) nach einer Fourier-Transformation der Feldkomponenten und Potentialkoeffizienten ergibt

$$\tilde{H}_r = \frac{n(n+1)}{a} C_n (\tilde{A}_n + \tilde{B}_n) P_n \quad (12)$$

oder in Analogie zu Gl.(10)

$$\frac{\tilde{H}_r}{\tilde{H}_\theta} = f_n(\theta) \frac{n+1}{a} C_n \quad (13)$$

als Grundgleichung für das Z:H-Verfahren im Frequenzbereich. Im allgemeinen ist wie \tilde{S}_n auch C_n vom Grad n der Kugelfunktionen abhängig die das äußere Feld beschreiben. Für kleine Eindringtiefen jedoch, wenn $|C_n| \ll a/(n+1)$ gilt, strebt C_n gegen einen von n unabhängigen Grenzwert, der von nun an einfach mit C bezeichnet werden soll(13).

Das Z:H-Verfahren ist von Eckhardt et al. (14) eingeführt worden und wurde insbesondere von Banks (15) zur Analyse von Dst verwandt. Dabei gelang es Banks erstmalig, ultra-langperiodische Dst-Variationen im Periodenbereich von 10 bis 100 Tagen und Eindringtiefen bis zu 1200 km einzubeziehen (Abb.8). Innerhalb dieses Bereiches liegt die Quasi-Periodizität der 27-tägigen Wiederholungsneigung erdmagnetischer Stürme entsprechend der Rotationsperiode der Sonne. Für sie war ein dem Ringstromfeld entsprechender äußerer Anteil zu erwarten. Banks zeigte, daß auch im Kontinuum außerhalb der spektralen Spitze, die auf jene Wiederholungsneigung zurückgeht, ein Ringstromfeld besteht und im Sinne dieses Verfahrens nach Gl.(13) mit $n = 1$ ausgewertet werden kann.

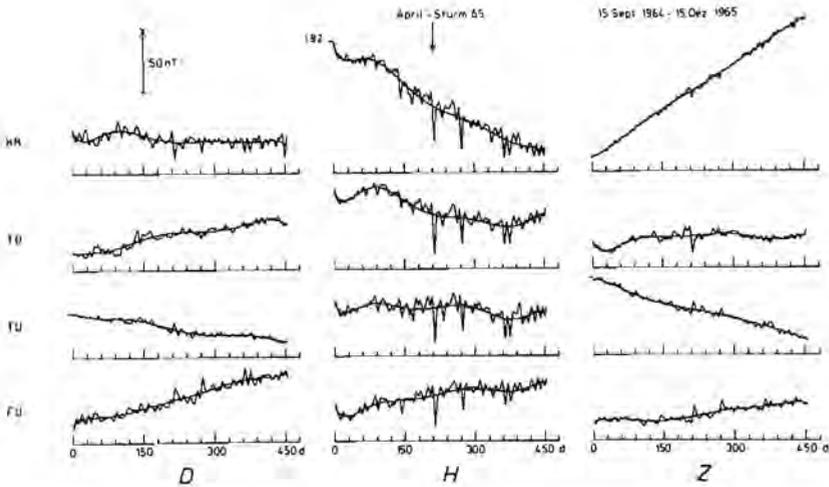


Abb.8: Das Dst-Kontinuum erdmagnetischer Variationen nach Registrierung an vier Observatorien auf der Nord- und Südhalbkugel. Dargestellt sind die von schnellen Schwankungen befreiten Feldänderungen der Ostkomponente (D), Nordkomponente (H) und Vertikalkomponente (Z) gegenüber einem willkürlichen Basiswert im Verlauf von 450 Tagen. Durch Ausgleichspolynome angenäherte Trendkurven werden der Säkularvariation aus dem Erdkern zugerechnet. HR = Hermanus/Südafrika, TO = Toolangi/Australien, TU = Tuscon/USA, FU = Fürstenfeldbruck/Deutschland.

Das Ergebnis seiner Untersuchungen, die auf einer Spektralanalyse von Daten der Observatorien Greenwich (England) und Watheroo (Australien) beruhen, ist in Abb.9 in der Form eines scheinbaren Widerstand-Tiefenprofils dargestellt. Die von Banks durchgeführte Dst-Analyse hat insgesamt als wesentlich Neues die Erkenntnis geliefert, daß die (scheinbaren) Widerstände in Tiefen zwischen 600 km und 1200 km sehr einheitlich etwas unter 10 Ω liegen ohne erkennbare Tendenz mit wachsender Tiefe weiter abzunehmen.

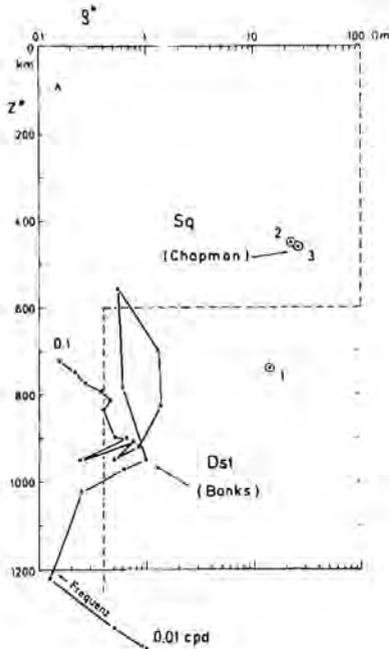


Abb. 9; Eindringtiefen C_1 des Dst-Kontinuums nach Banks (15), dargestellt durch scheinbare spez. Widerstände ρ^* (Gl. 27) für die Tiefen $z^* = \text{Re}(C_1)$ und Frequenzen von 0,01 bis 0,1 cpd (= cycles per day). Zusätzlich gezeigt sind die Sq-Eindringtiefen nach Chapman (5). Das gestrichelte Modell ist von Banks (16) zur gemeinsamen Erklärung von Dst und Sq angegeben worden.

Die in Abb. 8 dargestellten Dst-Übertragungsfunktionen sind jedoch in sich selbst nicht ganz widerspruchsfrei, zumindest nicht in der von Banks gewählten hohen Frequenzauflösung. Für lateral-homogene Leiter darf nämlich, wie Weidelt (17) gezeigt hat, der mit $z^*(\omega)$ bezeichnete Realteil von $C(\omega)$ mit abnehmender Frequenz nur größer werden, entsprechend der monoton wachsenden Schwerpunktstiefe der induzierten Ströme mit zunehmender Periode des induzierenden Feldes.

Diese Bedingung wird jedoch durch die von Banks bestimmten Werte zwischen 0,01 und 0,1 cpd nur unvollkommen erfüllt. Für Frequenzen oberhalb von 0,1 cpd ergaben sich außerdem Werte mit falschem Vorzeichen ihres Imaginärteils. Sie wurden in Abb. 8 weggelassen. In einer neuen Analyse kommen Anderssen et al. (18) zu wesentlich konsistenteren Bestimmungen der Phase von C_1 .

Pěčová und Praus (19) haben erstmals eine detaillierte Regionalstudie des Z:H-Verhältnisses von langperiodischen Dst-Variationen vorgenommen. Sie untersuchten dieses Verhältnis für die 27-tägige Quasiperiodizität und ihre Subharmonischen an 22 europäischen Observatorien und finden, daß es in Nordeuropa unter dem nach globalen Analysen zu erwartenden Wert liegt, in Südosteuropa aber darüber. Dieses Ergebnis deutet auf laterale Inhomogenitäten im Tiefenbereich von 650 bis 800 km hin mit anomal niedrigen Widerständen unter Nordeuropa und anomal hohen Widerständen unter Südosteuropa.

Es gibt Ansätze, auch den Sq-Gang im Sinne dieses Verfahrens zu untersuchen. Da jedoch das Sq-Feld im Gegensatz zum Dst-Feld längenabhängig ist und zudem in seiner räumlichen Ausbildung von Tag zu Tag erheblich schwankt, ist die Wahl geeigneter Kugelflächenfunktionen, die dieses Feld gut genug beschreiben, schwierig. Am besten werden sie auf eigens hierfür eingeführten Sq-effektiven Koordinaten bezogen, die täglich neu festgelegt werden (8, 20). Außerdem ist es notwendig, sich auf Beobachtungen in mittleren und niedrigen Breiten zu beschränken, also unter Ausschluß der äquatorialen und polaren Zonen mit lokal-inhomogenen ionosphärischen Jetfeldern.

In diesen Breiten verlaufen die tagesperiodischen Variationen der Ostkomponente (H_λ) im Gegensatz zu denjenigen der Nordkomponente auffallend gleichförmig. Sie eignen sich daher besonders zur Bestimmung der Sq-Eindringtiefen aus der zu Gl.(13) analog formulierten Beziehung

$$\frac{\tilde{H}_r}{H_\theta} = g_n(\theta) \frac{n+1}{a} C_n \quad (15)$$

mit $n=m+1$ (s. Abschnitt 2.3) und einem imaginären Breitenfaktor $g_n(\theta)$. Für die Frequenz $\omega = m\omega_0$, ergibt sich

$$g_n(\theta) = i \frac{n \sin\theta}{m} .$$

Die durch ihn ausgedrückte Phasendifferenz zwischen $\tilde{H}_r (= -Z)$

und $\tilde{H}_\lambda (=D)$ ist in Abb. 3 deutlich zu sehen. Für sie ist das Amplitudenverhältnis Z:D etwa 1:3. Einsetzen von $m=1$ für die Sq-Grundperiode von 24 Std., $n=m+1=2$ und $\theta=42^\circ$ für die Ko-Breite des Beobachtungsortes ergibt $C_2 = 530$ km (reell). Dieser Wert stimmt gut überein mit den in Abb.6 gezeigten Eindringtiefen, die nach einer Zerlegung des globalen Sq-Feldes aus dem Verhältnis S_2 von innerem zu äußerem Anteil für die erste Sq-Harmonische abgeleitet wurden.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß sich aus dem Z:H-Verhältnis von Einzelstationen Eindringtiefen C_n sowohl für Dst als auch für Sq ergeben, die mit den aus globalen Trennungsanalysen gewonnenen Verhältnissen \tilde{S}_n von innerem zu äußerem Anteil konsistent sind. Nur bei den Argumenten der Übertragungsfunktionen für Sq besteht eine bisher ungeklärte Diskrepanz: Die Z:H-Verhältnisse ergeben für höhere Sq-Harmonische Phasen von \tilde{S}_n , die deutlich höher liegen als diejenigen aus globalen Bestimmungen. Dies bedeutet, daß nach dem Z:H-Verfahren der obere Erdmantel als deutlich schlechter leitend erscheint als nach dem globalen Verfahren. So ergibt die Analyse von Beobachtungen an 14 europäischen Observatorien für die Sq-Eindringtiefen scheinbare spezifische Widerstände zwischen $40\Omega m$ und $60\Omega m$ im Unterschied zu Widerständen von $20-40\Omega m$ nach globalen Bestimmungen (Abb.6). Da die globalbestimmten \tilde{S}_n -Verhältnisse besser an diejenigen von Dst anschließen, ist es denkbar, daß bei örtlichen Bestimmungen durch einen unvollkommenen Ansatz für das äußere Feld zu große Phasen vorgetäuscht werden.

Andererseits könnte aber auch zur Aufklärung dieser Diskrepanz die Beobachtung von Bedeutung sein, daß Observatorien in Küstennähe für den Sq-Gang der vertikalen Z-Komponente fast ausnahmslos anomale Phasen ergeben, die um 30° und mehr von ihrem theoretischen Wert aufgrund von Trennungsanalysen abweichen. Hierin wird offensichtlich die durch den Sq-Gang bewirkte Induktion von Wirbelströmen in den Weltmeeren sichtbar, die die Bestimmung von \tilde{S}_n aufgrund globaler Trennungsanalysen in schwer abschätzbarer Weise beeinträchtigt.

3.3 Das Z:H' (Gradienten)-Verfahren

Bei der Anwendung des Z:H-Verfahrens liegt in der Wahl einer einzigen Kugelfunktion zur Darstellung des globalen äußeren Feldes eine gewisse Willkür. Sie läßt sich vermeiden, indem man die örtliche Konfiguration des induzierenden Feldes nach den folgenden Überlegungen aus den Gradienten der Horizontalkomponenten ableitet:

Es seien entsprechend Gl.(9) mit h als Tiefe eines idealen Leiters

$$H_r = \frac{h}{a} \sum_n n(n+1) T_n P_n$$

$$H_\theta = \sum_n T_n \frac{dP_n}{d\theta}$$
(16)

die Feldkomponenten eines axialsymmetrischen Feldes an der Erdoberfläche $r=a$; hierin ist $T_n = A_n + B_n$ die Summe der äußeren und inneren Potentialkoeffizienten und

$$\frac{(n+1)h}{a} = \frac{A_n - \frac{n+1}{n} B_n}{A_n + B_n}$$

entsprechend der Definition von C_n in Gl.(11).

Differentiation von H_θ nach θ ergibt

$$\partial H_\theta / \partial \theta = \sum_n T_n \frac{d^2 P_n}{d\theta^2}$$

Da aber $y = P_n(\cos\theta)$ als zonale Kugelflächenfunktion Lösung der Differentialgleichung

$$d^2 y / d\theta^2 + \text{ctg}\theta \cdot dy / d\theta + (n+1)ny = 0$$

ist, läßt sich der Gradient auf die Form

$$\partial H_\theta / \partial \theta = - \text{ctg}\theta H_\theta - \sum_n n(n+1) T_n P_n$$

umschreiben. Einsetzen von H_r aus Gl.(16) ergibt als Grundgleichung für das Gradienten-Verfahren

$$\frac{H_r}{\frac{\partial H_\theta}{\partial \theta} + \operatorname{ctg} \theta \frac{H_\theta}{a}} = -h \quad (17)$$

im Falle eines idealen Leiters in der Tiefe h . Soll die endliche Leitfähigkeit berücksichtigt werden, ist h durch den asymptotischen Wert C von C_n zu ersetzen, um ihn vor das Summenzeichen ziehen zu können, und für H_r, H_θ sind die FOURIER-Transformierten zu verwenden. Für den allgemeinen Fall nicht-axialsymmetrischer Felder ist jeweils im Nenner der linken Seiten der Ostgradient der Ostkomponente, $(a \sin \theta)^{-1} \cdot \partial H_\lambda / \partial \lambda$, zu ergänzen.

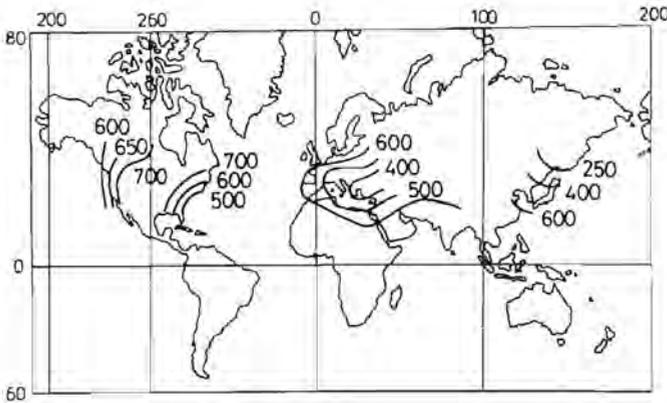


Abb.10: Eindringtiefe $|C_3|$ in km der zweiten Harmonischen von S_q nach dem Gradientenverfahren. Sie entsprechen im Mittel den aus anderen Analysen abgeleiteten Eindringtiefen (Abb.6), zeigen aber zusätzliche regionale Schwankungen, die auf tiefliegende Inhomogenitäten im Erdmantel hinweisen. Nach Fainberg und Berdichevsky (25).

Das Gradientenverfahren ist erstmals von Berdichevsky et al. (21,23) und Kuckes (22) auf Dst und S_q -Feldern angewandt worden. Sie zeigten die grundsätzliche Brauchbarkeit des Verfahrens, hatten aber Schwierigkeiten, die Feldgradienten mit genügender Genauigkeit zu bestimmen. Hierin sind durch die Verwendung von Magnetometer-Netzen ("arrays") temporärer Beobach-

tungsstationen insbesondere von Lilley (24) große Fortschritte erzielt worden. Er erhielt für Australien Sq-Eindringtiefen, die wiederum gut mit den in Abb.6 gezeigten übereinstimmen. Fainberg und Berdichevsky (25) gingen einen anderen Weg, indem sie Gradienten für ein synthetisches Sq-Feld nach einer globalen Analyse von Malin (6) berechneten. Ihr Ergebnis für die zweite Sq-Harmonische (Periode 12 Std.) ist in Abb.10 gezeigt. Dargestellt ist der aus H_r und den Gradienten von H_θ und H_λ berechneten Betrag $|C|$ der komplexen Eindringtiefe. Dabei geht es den Autoren insbesondere darum, nach regionalen Variationen dieser Tiefe zu suchen, die auf lateralen Inhomogenitäten des oberen Erdmantels hinweisen würden. Insgesamt erweist sich der Erdmantel aber in dieser Hinsicht als recht einheitlich. Auffallend sind jedoch die geringen Eindringtiefen von nur 250 km im Gebiet des Baikalsees.

3.4 Das Z:Y-Verfahren

Wie bereits erwähnt bilden örtliche Anomalien des inneren Anteils die eigentliche Schwierigkeit, das Trennungsverfahren auf globale Sq und Dst-Felder mit ausreichender Genauigkeit anzuwenden. Nun verändern solche Anomalien aber, wie Abb.17 zeigen wird, in erster Linie die Vertikalkomponente der Variationsfelder, die eine Differenz des inneren und äußeren Feldes darstellt, während die Horizontalkomponenten als Summe beider Anteile im Verhältnis zum unveränderten Feld weniger stark beeinflusst wird. Auf dieser Erkenntnis beruht das nunmehr vorzustellende dritte Verfahren:

Die Entwicklung des globalen Variationsfeldes wird auf die Horizontalkomponenten beschränkt. In der hier betrachteten Beschränkung auf axialsymmetrische Felder werden aus der Analyse von weltweiten H_θ -Beobachtungen an vielen Observatorien die in Gl.(16) eingeführten Potentialkoeffizienten T_n des globalen, nicht-zerlegten Variationsfeldes für jeden Zeitpunkt abgeleitet. Durch sie werden neue Zeitfunktionen

$$Y_n(t, \theta) = \frac{n(n+1)}{a} T_n(t) P_n(\cos \theta)$$

definiert, aus denen sich nach Gl.(16) die Radialkomponente

$$H_r(t, \theta) = h \sum_n Y_n(t, \theta) \quad (18)$$

für ideale Leiter und entsprechend

$$\vec{H}_r(\omega, \theta) = \sum_n C_n \vec{Y}_n(\omega, \theta) \quad (18a)$$

für endliche Leiter herleiten läßt. Nach diesen Grundgleichungen des Z:Y-Verfahrens können die Eindringtiefen h oder C_n durch eine Ausgleichsrechnung im Zeit- oder Frequenzbereich bestimmt werden. Wählt man die Näherung $C_n \approx C$, so kann dieser asymptotische Wert vor das Summenzeichen gezogen und für sich bestimmt werden.

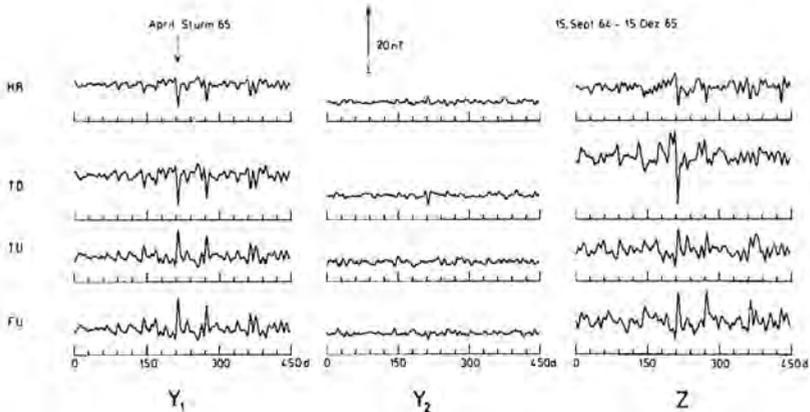


Abb.11: Darstellung des globalen Variationsfeldes des Dst-Kontinuums von Abb.8 durch die Variationen eines Dipolfeldes Y_1 und Quadrupolfeldes Y_2 . Aus ihrer Korrelation mit den rechts gezeigten Variationen der Vertikalkomponente (Z) ergeben sich nach dem Z:Y-Verfahren die in Abb.12 und 13 gezeigten Eindringtiefen.

Im Unterschied zum Z:H-Verfahren wird also bei dieser Bestimmung örtlich gültiger Eindringtiefen das induzierende Feld in seiner globalen Ausbildung zumindest näherungsweise berücksichtigt. Abb.11 zeigt am Beispiel des Dst-Kontinuums die zur Darstellung des globalen Feldes benutzten Zeitfunktionen $Y_n(t, \theta, \lambda)$. Sie wurden für die Observatorien HR, TO, TU und FU berechnet nach einer Darstellung der Variationen der Horizontalkomponenten an 20 Obser-

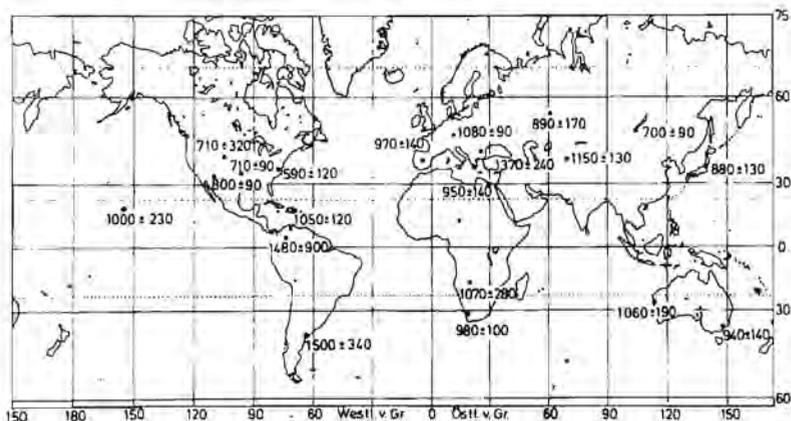


Abb.12: Tiefe des idealen Leiters in km für das ultra-lang-periodische Dst-Kontinuum, berechnet nach Gl.(18) aus den in Abb.11 gezeigten Variationen nach einer Tiefpaßfilterung (Abschneideperiode 8d).

vatorien durch allgemeine Kugelfunktionen bis zum Grad $n=2$. Die Korrelation zwischen der Vertikalkomponente Z und dem globalen Dipolterm Y_1 ist deutlich sichtbar. Es besteht aber auch eine statistisch signifikante und konsistente Korrelation zwischen Z und dem Quadrupolterm Y_2 .

Nach Gl.(18) sind aus diesen Daten die in Abb.12 gezeigten örtlichen Tiefen h eines idealen Leiters für 20 Observatorien durch eine Ausgleichsrechnung bestimmt worden. Da es sich um die Analyse einer 16 Monate umfassenden Zeitreihe handelt, kommt in den gleichfalls angegebenen Vertrauensgrenzen ganz wesentlich die Basislinien-Stabilität der Z -Variometer an den einzelnen Observatorien zum Ausdruck. Für Observatorien mit hoher Stabilität lassen sich die Tiefen h auf ± 90 km genau angeben.

Für das Dst-Kontinuum ergeben sich insgesamt Tiefen des idealen Leiters von 900 bis 1100 km, die weltweit innerhalb der Fehlergrenzen recht gut übereinstimmen. Dies gilt auch für Observatorien in Küstennähe. Nur in den westlichen Vereinigten Staaten und

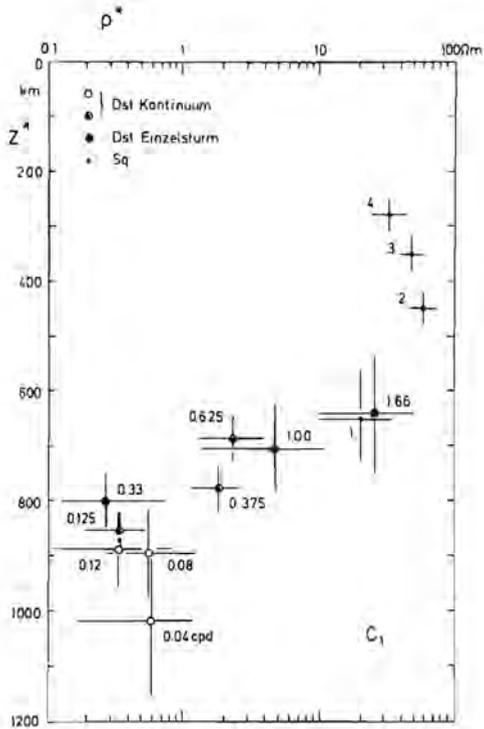


Abb.13: Komplexe Eindringtiefen für Sq und Dst Variationen, dargestellt durch scheinbare spez. Widerstände ρ^* (Gl.27) und Tiefen $z^*=\text{Re}(C_n)$ für Frequenzen zwischen 0.04 cpd und 4 cpd. Die C_n -Werte für Dst wurden nach dem Z:Y-Verfahren aus einer Spektralanalyse der in Abb.11 gezeigten Variationen sowie aus der Analyse von vier Einzelstürmen abgeleitet unter Verwendung der Z-Variationen an 9 festländischen und küstenfernen Observatorien. Die Sq-Werte wurden nach dem Z:H-Verfahren aus der Analyse des Sq-Ganges an 14 europäischen Observatorien gewonnen.

und am Baikalsee zeichnen sich Gebiete ab mit einer auffallend geringen Tiefe des idealen Leiters von rund 700 km, wobei das Gebiet um den Baikalsee auch schon durch reduzierte Eindringtiefen von Sq hervorgetreten ist (Abb.10). Insgesamt zeigen diese Untersuchungen noch einmal, daß bis tief in den Erdmantel hinein mit lateralen Unterschieden des Widerstandes zu rechnen ist.

Die gleichen Daten sind außerdem einer statistischen Spektralanalyse unterzogen worden. Aus den geglätteten quadratischen Spektren wurden nach Gl.(18a) für drei Frequenzbänder der Breite $\Delta f = 0.04$ cpd von 0.04 bis 0.12 cpd und für drei Frequenzbänder der Breite $\Delta f = 0.250$ cpd von 0.125 bis 0.626 cpd die Übertragungswerte C_1 und C_2 berechnet. Eine Analyse der Nachphase individueller Stürme ergab entsprechende Bestimmungen für den anschließenden, an S_q heranreichenden Frequenzbereich von 0.33 bis 1.66 cpd mit $\Delta f = 0.66$ cpd.

Um für die genannten Frequenzen Übertragungswerte genügender Genauigkeit zu erhalten war es notwendig, ihre Berechnung für eine ausgewählte Gruppe von Observatorien gemeinsam vorzunehmen. Eine Vorstudie hatte gezeigt, daß die Z-Variationen küstenferner festländischer Observatorien vergleichbare C_n -Werte ergeben. Daher wurden neun festländische Observatorien benutzt, um die in Abb.13 gezeigten Übertragungswerte C_1 für den Dipolanteil der induzierenden Felder zu gewinnen.

Ihre Darstellung in die Form eines Tiefenprofils des scheinbaren spezifischen Widerstandes läßt den bereits bekannten Widerstandsabfall zwischen 600 und 800 km erkennen, wenn zur Ergänzung die C_n -Werte des S_q -Ganges für festländische europäische Observatorien aus Abb.6 hinzugenommen werden. Auffallend sind die unter 10m liegenden scheinbaren spezifischen Widerstände in 800 km Tiefe und die relativ hohen, aber noch unsicheren Widerstände bei 400 km. Der Widerstandsabfall scheint also nicht glatt zu verlaufen, sondern von Bereichen extrem hoher und extrem niedriger Widerstände eingeschlossen zu sein. Diese Erkenntnisse beziehen sich jedoch ausschließlich auf den Erdmantel unter Kontinenten. Erste Bestimmungen entsprechender Übertragungsfunktionen für Ozeane lassen ein sehr unterschiedliches scheinbares Widerstandsprofil erkennen mit durchweg geringeren Eindringtiefen und Widerständen für den gesamten Frequenzbereich (26,27,28).- Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß die Auswertung der Z-Variationen an Einzelstationen die klassischen Trennungsanalysen globaler Variationsfelder wirkungsvoll ergänzt und fortführt. Die hohen Anforderungen die dabei an die Basislinien-Stabilität der registrierenden Vario-

meter zu stellen sind, beschränken jedoch zur Zeit die Zahl der Observatorien, deren Registrierungen im Sinne der hier beschriebenen Verfahren benutzt werden können. Um insbesondere die genannten Anzeichen für tiefliegende Mantelinhomogenitäten zu prüfen und möglicherweise regionalen Strukturen zuzuordnen, ist eine Ergänzung des bestehenden Netzes von erdmagnetischen Observatorien durch temporäre Stationen notwendig mit einer basiskontrollierten Registrierdauer von mehreren Monaten.

4. Die Interpretation von Sq und Dst Übertragungsfunktionen durch eindimensionale Widerstandsmodelle

In der Frequenzabhängigkeit induktiver Übertragungsfunktionen $\tilde{S}_n(\omega)$ oder $C_n(\omega)$, wie sie in Gl.(8) und (11) eingeführt worden sind, ist eine Aussage über den Widerstand als Funktion der Tiefe enthalten. Kann nun aus einer vorgegebenen Übertragungsfunktion ohne weitere Annahmen oder Einschränkungen bezüglich zulässiger Modelle die Widerstand-Tiefenfunktion abgeleitet werden, und zwar so, daß es zu einer Übertragungsfunktion nur eine mögliche Widerstand-Tiefenfunktion gibt? Bailey (29) und Weidelt (17) haben unabhängig voneinander gezeigt, daß diese Aufgabe in der verlangten eindeutigen Weise lösbar ist. Sie haben zugleich Verfahren angegeben, die gesuchte Widerstand-Tiefenfunktion zu finden.

Damit unterscheidet sich die Interpretation induktiver Übertragungsfunktionen grundsätzlich etwa von der Interpretation von Schweredaten, die stets durch eine beliebig große Zahl von äquivalenten Dichtemodellen erklärt werden können. Eine entsprechende eindeutige Lösbarkeit gilt andererseits - mit gewissen Einschränkungen - für die Interpretation seismischer Laufzeiten durch eine Geschwindigkeit-Tiefenfunktion. Man könnte daraus schließen, daß der elektrische Widerstand im Erdinnern mit einer ähnlichen Genauigkeit und Zuverlässigkeit angegeben werden könnte

wie dies für seismische Geschwindigkeiten der Fall ist. Tatsächlich ist dies aus den folgenden praktischen Gründen nicht möglich:

1. Grundlegend für die Interpretation seismischer Laufzeiten ist der Umstand, daß die Laufzeit bis zu einer vorgegebenen epizentralen Entfernung nur von der seismischen Geschwindigkeit bis zu einer gewissen Tiefe abhängt. Ganz im Gegensatz hierzu wird die induktive Übertragungsfunktion für eine vorgegebene Frequenz durch den spez. Widerstand in allen Tiefen bestimmt. Dies hat in der praktischen Anwendung zur Folge, daß eine eindeutige Bestimmung des Widerstandes eine vollständige und fehlerfreie Kenntnis der Übertragungsfunktionen für alle Frequenzen voraussetzt. Die von Bailey und Weidelt entwickelten Verfahren sind daher nur beschränkt anwendbar, wenn es um die Interpretation unvollständiger und fehlerhafter empirischer Übertragungswerte geht.

2. Seismische Laufzeitkurven weisen unverkennbare Merkmale auf, zum Beispiel rückläufige Schleifen, wenn sich die seismische Geschwindigkeit oder ihr Gradient sprunghaft ändert. Induktive Übertragungsfunktionen sind dagegen stets glatte Funktionen der Frequenz, so daß eine stetige Widerstandsänderung praktisch nicht unterscheidbar ist von einer sprunghaften Änderung. Dies wird in Abb.14 an einem einfachen Stufenmodell gezeigt, dessen Übertragungsfunktion $C(\omega)$ sich kaum verändert, wenn die sprunghafte Erniedrigung des Widerstandes durch eine stetige Abnahme ersetzt wird. Für die Interpretation unvollständiger und fehlerbehafteter Daten bedeutet dies, daß aus ihnen nur gewisse Mittelwerte des Widerstandes für einzelne Tiefenbereiche abgeleitet werden können, die eine möglicherweise vorhandene feine Strukturierung der Widerstandsverteilung oder Diskontinuitäten nicht erkennen lassen.

Angesichts der genannten Schwierigkeiten hat es sich als vorteilhaft erwiesen, auf eine theoretisch mögliche hypothesenfreie Interpretation zu verzichten und eine mehr oder weniger willkürliche Beschränkung in der Auswahl der Modelle vorzunehmen,

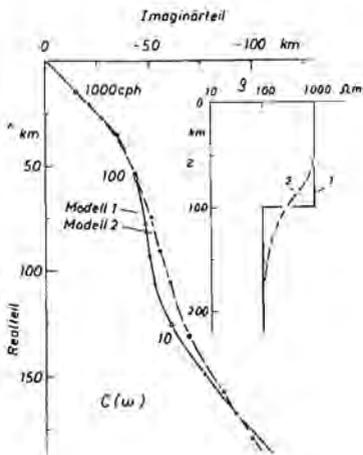


Abb.14: Theoretische Übertragungsfunktionen $C(\omega)$ für die gezeigten Widerstandsmodelle $p(z)$ im Frequenzbereich von 3.3 cph bis 1000 cph (= cycles per hour). Es ergeben sich in der komplexen Darstellung sehr ähnliche $C(\omega)$ -Kurven für das Stufenmodell 1 und Modell 2 mit einem stetigen Übergang, so daß bei empirischen, fehlerbehafteten Bestimmungen von C für Frequenzbänder einer gewissen Breite beide Modelle fast ununterscheidbar werden.

die zur Interpretation benützt werden. Jedem Modell wird dabei eine gewisse Zahl freier Parameter zugeordnet, z.B. die Schichtdicken und Widerstände für ein geschichtetes Ausgangsmodell. Die verschiedenen Möglichkeiten einer Parameterisierung von Widerstandsmodellen und der Parameterbestimmung hat Anderssen (30) vergleichend beschrieben. Wird zunächst jede Frequenz für sich betrachtet, so können Real- und Imaginärteil der jeweiligen Übertragungsfunktion vollständig durch ein 2-Parameter-Modell erklärt werden. Hierzu eignen sich insbesondere die in Abschnitt 5 beschriebenen Modelle (Gl.27). Für eine Folge von Frequenzen ergeben diese Parameter ein scheinbares Widerstandsprofil, das erfahrungsgemäß bereits alle erfaßbaren Einzelheiten der wahren Widerstandsverteilung erkennen läßt. Beispiele zeigen die Abb.13 und 19.

Nach dem Vorbild der Modellstudie von Lahiri und Price (9) kann man sich sodann einen Überblick über mögliche Extremalmodelle verschaffen, die gewisse einfache Merkmale wie z.B. eine nichtleitende oder eine gutleitende Zwischenschicht aufweisen. Jady (31) hat in diesem Sinne die von Banks (15) ermittelten und in Abb.9 gezeigten Übertragungswerte neu interpretiert.

Um nach solchen Vorstudien ein Modell zu finden, daß die empirischen Daten innerhalb ihrer Fehlergrenzen erklärt, werden zwei Verfahren angewandt: Das MONTE-CARLO Verfahren und die iterative Anwendung der GAUSSschen Methode der kleinsten Quadrate nach einer Linearisierung des nicht-linearen Zusammenhanges zwischen induktiven Übertragungsfunktionen und der Widerstand-Tiefenverteilung. Bezeichnen y_n ($n = 1, 2, \dots, N$) die N empirischen Übertragungswerte für die Frequenzen $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N$ und x_m ($m = 1, 2, \dots, M$) die gesuchten M Parameter des zugrunde gelegten Modells, so besteht die Linearisierung darin, einen möglichst wenig modellabhängigen "Datenkern" (g_{nm}) zu definieren, der die Beziehung zwischen Daten und Modell durch N linearen Gleichungen

$$y_n = \sum_m g_{nm} x_m + \delta y_n$$

für M Unbekannte ausdrückt.

Aus der Forderung, das Modell so zu wählen, daß die Summe der quadratischen Anpassungsfelder δy_n^2 zu einem Minimum wird, läßt sich ein lösender Kern (h_{mn}) für M Bestimmungsgleichungen

$$x_m = \sum_n h_{mn} y_n$$

zur Berechnung der Modellparameter ableiten. Er liefert zugleich die zu den statistischen Datenfehlern gehörigen Fehlergrenzen Δx_m der Modellparameter, die für statistisch unabhängige Fehler nach

$$\Delta x_m^2 = \sum_n h_{mn}^2 \Delta y_n^2$$

durch die quadrierten Elemente des Lösungskerns bestimmt werden. Die Unsicherheit des Modells wird daher dann besonders groß sein, wenn die Matrix (h_{mn}) als Inverse einer fast singulären Matrix große Elemente alternierenden Vorzeichens besitzt, wenn also ein zu detailliertes Modell aus den verfügbaren Daten gewonnen werden soll.

Das GAUSSsche Verfahren wird zumeist zur iterativen Berechnung von kleinen Verbesserungen eines Ausgangsmodells benutzt, wobei der Datenkern die partiellen Ableitungen der Daten bezüglich der Modellparameter enthält. Um die Konvergenz des Verfahrens zu beschleunigen ist es dabei notwendig, die Verbesserungen bei jeder Iteration in einer stabilisierend wirkenden Kombination anzubringen und in diesem Sinne das GAUSSsche Verfahren zu erweitern (32,33).

Es ist aber auch möglich, Daten und Modell so zu formulieren, daß sich für sie selbst ein fast modellunabhängiger linearer Datenkern und eine schnelle Konvergenz des Verfahrens ergibt. Dies gelingt durch die folgende logarithmische Definition der Daten und Modellparameter:

$$y_n = \ln \{ C(\omega_n) K_0 \} \quad (19)$$

$$x_m = \ln \{ \rho_m / \rho_0 \}$$

mit
$$K_0 = \sqrt{i\omega_0 / \rho_0} \quad .$$

Hierin ist ρ_0 eine Maßstabskonstante und ρ_m der spez. Widerstand der m-ten Schicht eines mehrschichtigen Ausgangsmodells. Die Schichtdicken d_m werden nicht als bestimmbare Parameter betrachtet, sondern durch die Zusatzbedingung

$$d_m / \sqrt{\rho_m} = d_0 / \sqrt{\rho_0} \quad (20)$$

festgelegt (8).

In ihr erscheint d_0 als weiterer freier Parameter, der durch das Aufsuchen der Minima der Anpassungsfehlerfunktion

$$\epsilon^2(d_0) = \frac{1}{N} \sum_n |y_n - \sum_m g_{nm} x_m|^2 \quad (21)$$

bestimmt wird. Sie ergeben für die vorgegebenen Daten y_n und die gewählte Zahl von Schichten M eine im Sinne der Zusatzbedingung Gl.(20) optimale Unterteilung der "wahren" Widerstandsverteilung in Schichten. Dabei entspricht einem absoluten Minimum von $\epsilon(d_0)$ die beste überhaupt erreichbare Anpassung. Relative Minima, soweit sie auftreten, zeigen an, welche alternativen

Modelle eine zumeist fast gleichwertige Interpretation erlauben.

Bei empirischen, also fehlerbehafteten Daten ergibt sich die Höchstzahl der Schichten, also die erreichbare Tiefenauflösung der Modelle daraus, daß die erzielte Anpassung, ausgedrückt durch ϵ^2 , dem harmonischen Mittel

$$s_o^2 = \frac{1}{N} [\sum (1/\Delta y_n^2)]^{-1}$$

der quadratischen Datenfehler entsprechen sollte. Eine darüber hinaus gehende Tiefenauflösung würde auf der Auswertung statistisch nicht signifikanter Einzelheiten der Daten beruhen.

Nach diesen Überlegungen sollen nunmehr die in Abb.13 gezeigten Übertragungswerte für Dst und Sq zwischen 0.04 cpd und 4 cpd durch eine GAUSSsche Ausgleichsrechnung interpretiert werden. Der Fehler der nach Gl.(19) logarithmierten Daten beträgt $s_o = 0.133$ entsprechend einer relativen Genauigkeit der Bestimmungen von $|C_n|$ von 13%. Für das Modell eines homogenen Halbraumes (21 \pm 10m) ergibt sich als Anpassungsfehler $\epsilon = 0.98$, die Daten lassen also mit Sicherheit die Interpretation durch ein mehrschichtiges Modell zu. Aber bereits für das in Abb. 15 gezeigte 2-Schichtenmodell reduziert sich der Anpassungsfehler auf $\epsilon = 0.128$, so daß mit ihm eigentlich schon der Informationsgehalt der Daten voll ausgeschöpft ist.

Man kann die Anpassung durch eine Unterteilung in drei und vier Schichten noch leicht verbessern, wobei in der $\epsilon(d_o)$ -Kurve jeweils ein zusätzliches relatives Minimum erscheint. In Abb.15 und 16 sind die zu dem absoluten und relativem Minimum gehörigen Lösungen als Alternativmodelle nebeneinander gestellt. Rechnungen mit mehr als vier Schichten führen ohne jede weitere Verbesserung der Anpassung zu stark oszillierenden Schichtwiderständen und rasch anwachsenden Modellfehlern. Solche komplizierten Modelle wären zwar mit den Eingabedaten verträglich, sie werden durch sie aber in keiner Weise gefordert.

Insgesamt läßt sich das Ergebnis dieser Modellstudie wie folgt zusammenfassen: Durch die neuen, zunächst nur für Kontinente

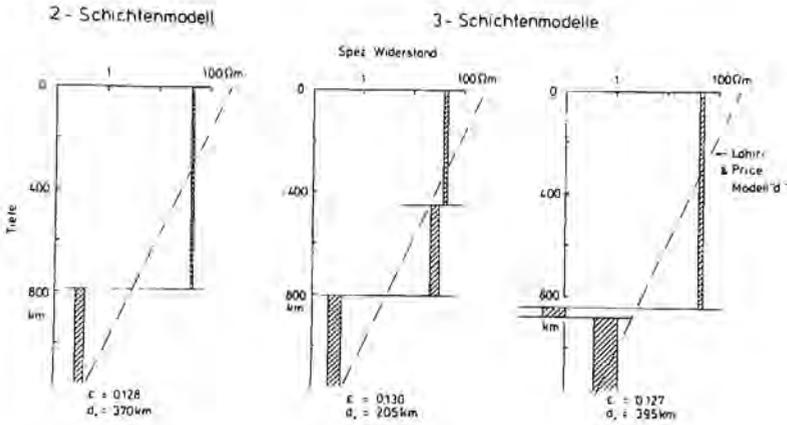


Abb. 15:

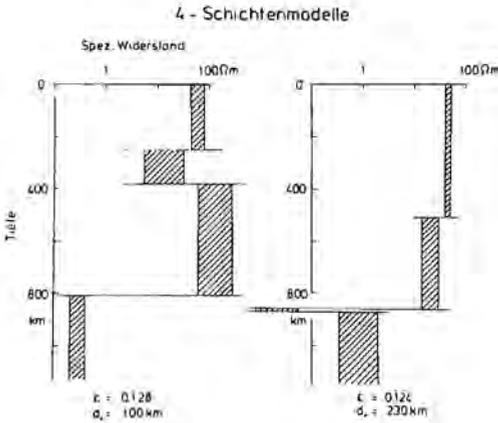


Abb. 16:

Interpretation der in Abb. 13 gezeigten komplexen Übertragungswerte C_n durch mehrschichtige Modelle, deren Schichtdicken nach Gl. (20) in einem konstanten Verhältnis zur Wurzel aus den Schichtwiderständen stehen. ϵ : Anpassungsfehler nach Gl. (21). d_0 : Schichtparameter für Minima der Anpassungsfehlerkurve $\epsilon(d_0)$. Zum Vergleich: LAHIRI-PRICE-Modell "d". - $\rho_0 = 10 \Omega m$.

gültigen Sq und Dst Daten wird nocheinmal der Gegensatz zwischen einem schlecht-leitenden oberen Mantel bis 600-800 km Tiefe und einem gut-leitenden Mantel darunter bestätigt. In den hier untersuchten geschichteten Modellen erscheint diese Widerstandsverminderung als sprunghafte Änderung in 800 km Tiefe, doch - wie Abb.14 zeigt - wäre auch eine stetige Widerstandsreduktion mit den Daten innerhalb ihrer Fehlergrenzen verträglich. Oberhalb der genannten Tiefe beträgt der mittlere Widerstand (genauer das geometrische Mittel des Widerstandes wegen der vorgenommenen Logarithmierung) knapp $50\Omega\text{m}$, darunter $0.3\Omega\text{m}$.

Eine gewisse Strukturierung des oberen Mantels ist möglich (Abb.15, mittleres Modell). Sie würde als mittleren Widerstand des oberen Mantels, einschließlich der Kruste, $62\Omega\text{m}$ ergeben, in 250 km erfolgt eine vorübergehende Reduktion auf $18\Omega\text{m}$ und ab 400 km wieder eine Erhöhung auf über $100\Omega\text{m}$ bis zu einem Sprung auf $0.3\Omega\text{m}$ in 800 km Tiefe. Diese Strukturierung wird jedoch weitgehend aus den Phasen der Übertragungswerte für die höheren Sq-Harmonischen erschlossen, die unsicher sind (s. Abschnitt 3.1).

Unterhalb des Sprunges erscheint in den rechten mehrschichtigen Modellen bester Anpassung ein schmaler Tiefenbereich mit minimalen Widerständen unter $0.1\Omega\text{m}$. Er wird durch die relativ kleinen Phasen der Übertragungswerte für Dst zwischen 0.1 und 0.3 cpd verlangt, die gleichfalls unsicher sind. Anderssen et al.(18) erhalten für diese Frequenzen deutlich größere Phasen, die die Einschaltung dieser extrem gut-leitenden Zwischenschicht überflüssig machen würden.

Im Vergleich zu den Ergebnissen der klassischen Studie von Lahiri und Price (9) haben sich Fortschritte in den folgenden Punkten ergeben: Zum einen kann der mittlere Widerstand im schlecht-leitenden oberen Mantel jetzt sehr genau angegeben werden, ebenso derjenige des gut-leitenden mittleren und unteren Mantels bis etwa 1000 km Tiefe. Der Übergang, sofern man ihn als sprunghafte Änderung behandelt, vollzieht sich bei 800 km, also 200 km tiefer als in Modell "e". Außerdem wird eine gewisse Strukturierung beider Bereiche erkennbar.

Welche Möglichkeiten bestehen, zu Modellen mit verbesserter Tiefenauflösung und Genauigkeit zu kommen? Hierzu ist es zunächst notwendig, induktive Übertragungsfunktionen mit sehr viel kleineren statistischen Fehlern zu bestimmen, was wiederum ein weltweites Netz von Beobachtungsstationen großer Basislinien-Stabilität voraussetzt. Sodann gilt es, den Frequenzbereich zu erweitern und insbesondere höhere Frequenzen einzubeziehen. Eine grundsätzliche Unsicherheit geht aber von dem unbekanntem Einfluß lateraler Inhomogenitäten und der Induktion in den Weltmeeren aus. Er ließe sich durch die Beschränkung auf günstig gelegene Beobachtungsstationen reduzieren. Es wäre außerdem anzustreben, zumindest für den Ozean-Effekt aufgrund mehrdimensionaler Modellstudien Korrekturen zu entwickeln, um die empirischen Übertragungsfunktionen von den genannten Einflüssen zu befreien.

5. Erdmagnetische Tiefensondierung und Magnetotellurik

Abschließend seien zwei Verfahren vorgestellt, die bisher vorwiegend zur Erforschung der Widerstandsverteilung bis zu 200 km Tiefe verwandt worden sind. Sie beruhen auf der Analyse der magnetischen Unruhe im Periodenbereich von einigen Stunden bis zu einigen Sekunden mit entsprechend reduzierten Eindringtiefen. Polare Teilstürme, wie sie Abb.18 zeigt, dringen beispielsweise bis zu 200 km tief in den Erdmantel unter kontinentalen Bedingungen ein.

Die Verfahren gehen von örtlichen Beobachtungen an Einzelstationen aus. Das globale Variationsfeld bleibt unberücksichtigt unter der Annahme, daß für die betrachteten Frequenzen der innere Anteil seinen oberen Grenzwert $B_n = n/(n+1)A_n$ erreicht hat. Dies bedeutet nach Gl.(9), daß sich die Horizontalkomponente durch die Induktion näherungsweise verdoppelt, während sich der innere und äußere Anteil in den Vertikalkomponenten gerade gegenseitig aufheben. Tatsächlich beobachtet man, zumindest außerhalb iono-

sphärischer Jetfelder, auffallend kleine Z-Variationen, die diese Annahme bestätigen.

5.1 Erdmagnetische Tiefensondierung

Anomalien des inneren Anteils, die durch laterale Änderungen in der Tiefenverteilung des Widerstandes entstehen, werden insbesondere durch eine örtlich begrenzte anomale Verstärkung der Z-Variationen erkennbar. Ist das Auffinden solcher Anomalien der eigentliche Zweck der Untersuchungen, so spricht man von einer "erdmagnetischen Tiefensondierung" (34) oder von "Tiefentellurik" (35).

Wie sich solche Anomalien des inneren Anteils auf das an der Erdoberfläche beobachtete Variationsfeld auswirken, zeigt Abb.17: Die Erde wird wieder als ideal-leitend ab einer gewissen Tiefe angenommen. Die Horizontalkomponente (H_x) oberhalb des idealen Leiters sei konstant und die Vertikalkomponente (H_z) sei Null, sofern sich der Leiter in gleichbleibender Tiefe befindet. Ändert sich seine Tiefe, so werden die sonst horizontal verlaufenden Feldlinien über dem idealen Leiter so verbogen, daß die Trennlinie Isolator-idealer Leiter wieder eine Feldlinie wird. Wegen der Stetigkeit der Feldkomponenten senkrecht zu dieser Linie ist dann der Innenraum des idealen Leiters, wie zu fordern, feldfrei. Im Fall der gezeigten Stufe bewirkt das Abtauchen der Feldlinien das Auftreten ausschließlich anomaler H_z -Variationen über der Stufe. Die entsprechenden anomalen H_x -Variationen sind der Horizontalkomponente des globalen Variationsfeldes überlagert. Sie verstärken H_x auf der einen Seite der Stufe und vermindern es auf der anderen Seite ohne jedoch die Horizontalkomponente insgesamt stark zu verändern. Die Aufgabe der Sondierung besteht dann darin, aus den anomalen H_z - und H_x -Variationen im Verhältnis zu den ungestörten H_x -Variationen auf die Lage, Tiefe und Höhe der Stufe zu schließen.

Es ist zwar bekannt, daß Anomalien des inneren Anteils nicht nur bei kurzperiodischen Variationen auftreten, sondern auch bei Sq

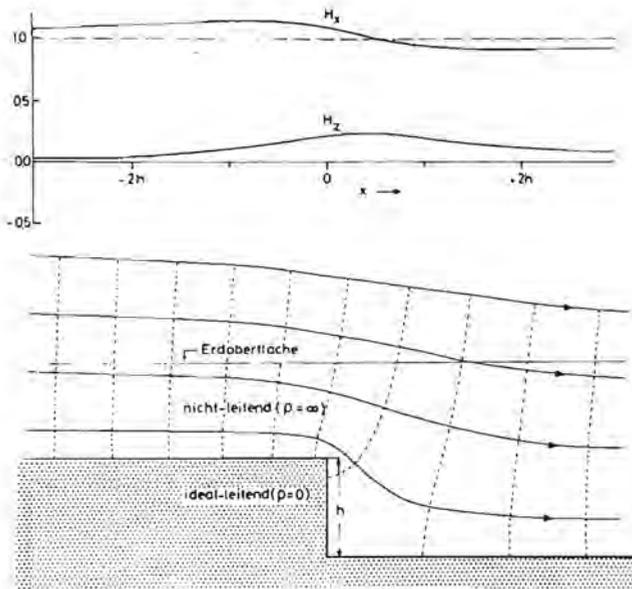


Abb.17:Verlauf magnetischer Feldlinien über einer Stufe in der Oberfläche eines idealen Leiters, berechnet durch die konforme Abbildung eines quadratischen Netzes (13). Die zugehörigen Profile der magnetischen Horizontalkomponente (H_x) und Vertikalkomponente (H_z) zeigen eine positive H_z -Anomalie über der Stufe und ausgedehnte, schwächere H_x -Anomalien zu beiden Seiten der Stufe. Normierung auf das ungestörte Horizontalfeld.

und Dst (36,13,19). Ihre Auswertung im Sinne einer erdmagnetischen Tiefensonndierung bereitet jedoch erhebliche Schwierigkeiten, da dies eine klare Trennung des anomalen Feldanteils von demjenigen Anteil voraussetzt, der auf großräumiger Induktion durch ein globales Variationsfeld in einem geschichteten Leiter beruht. Die vorangegangenen Abschnitte haben aber gezeigt, daß es noch nicht möglich ist, für die inneren Anteile von Sq und Dst verbindliche kontinentale Normen anzugeben. Keinesfalls genügt hierzu der in der Einleitung beschriebene Ansatz für

kurzperiodische Variationen, da sich Sq und Dst auch außerhalb von Anomalien durch relativ starke Z-Variationen auszeichnen.

5.2 Magnetotellurik

Das Ziel des zweiten Verfahrens ist wiederum die Ableitung einer örtlich gültigen vertikalen Widerstandsverteilung. Schon bei der Einrichtung der ersten Telegraphenleitung im 19. Jahrhundert wurde beobachtet, daß bei starker magnetischer Unruhe im Erdboden oszillierende elektrische Spannungen auftreten. Spätere systematische Untersuchungen an magnetischen Observatorien zeigten, daß diese sogenannten "tellurischen" Variationen ebenso wie die erdmagnetischen Variationen einen Tagesgang aufweisen. Es gelang aber nicht, die Beziehung zwischen ihnen zu verstehen. Zwar wurde vermutet, daß es sich um elektromagnetisch induzierte Felder handelt, doch die beobachteten Feldschwankungen schienen überhaupt nicht zu denjenigen zu passen, die sich aus der Induktionstheorie für ein geschichtetes Erdmodell ergeben, wenn das global induzierende Variationsfeld z.B. in einer Entwicklung nach Kugelfunktion dargestellt wird.

Tikhonov (37) und Cagniard (38) erkannten unabhängig voneinander, daß es auf eine solche Darstellung des großräumig induzierenden Feldes überhaupt nicht ankommt. Es genügt den induktiven Grenzfall für eine ebene Erdoberfläche zu betrachten, auf der durch den inneren Anteil die Horizontalkomponente des Primärfeldes verdoppelt und die Vertikalkomponente ausgelöscht wird. Die tellurischen Variationen werden dann im Verhältnis zu den erdmagnetischen Variationen ausschließlich durch die vertikale Widerstandsverteilung bestimmt, sofern laterale Inhomogenitäten im Bereich der Eindringtiefe ausgeschlossen werden können.

Zur Erläuterung des Verfahrens sei ein örtlicher Ausschnitt eines globalen Variationsfeldes betrachtet, für den auf die Eindringtiefe als Längenmaßstab bezogene horizontale Feldgradienten vernachlässigt werden können. Die Erdoberfläche sei die $z=0$ Ebene rechtwinkliger Koordinaten, $+z$ die Tiefe. Dann

werden die Horizontalkomponenten der elektrischen Feldstärke \underline{E} und der magnetischen Feldstärke \underline{H} für $z > 0$ durch die MAXWELLSchen Gleichungen für langsam oszillierende Felder ($\epsilon \epsilon_0 \rho \ll \omega^{-1}$)

$$\begin{aligned} -H'_y &= E_x / \rho & H'_x &= E_y / \rho \\ E'_x &= -i\omega\mu_0 H_y & E'_y &= i\omega\mu_0 H_x \end{aligned} \quad (22)$$

verbunden, wobei der Apostroph Ableitungen nach z bezeichnet (ϵ : relative Dielektrizitätskonstante, ρ : spez. Widerstand, ω : Kreisfrequenz). Die Gleichungen sind in SI-Einheiten für die FOURIER-Transformierten der Felder geschrieben, ohne sie als solche besonders zu kennzeichnen.

Das Verfahren der Magnetotellurik beruht auf dem Zusammenhang zwischen der Widerstandsverteilung $\rho(z)$ und den an der Oberfläche gemessenen Impedanzen des Feldes, definiert durch

$$\frac{E_x}{H_y} = i\omega\mu_0 \frac{E_x}{-E'_x} \quad - \frac{E_y}{H_x} = i\omega\mu_0 \frac{E_y}{-E'_y} \quad (23)$$

Elimination der magnetischen Feldkomponenten aus Gl.(22) führt auf die Diffusionsgleichungen

$$E''_x = K^2 E_x \quad E''_y = K^2 E_y \quad (24)$$

mit

$$K = \sqrt{i\omega\mu_0 / \rho}$$

für das nach unten abklingende und für $z = \infty$ verschwindende Feld. Ihre Lösung für einen homogenen Untergrund lautet (für E_x)

$$E_x(z) = E_x(0) \exp(-Kz),$$

so daß der Betrag des Feldes in der so definierten Skintiefe

$$\rho = \sqrt{2\rho / \omega\mu_0} = (1+i)/K$$

auf den e -ten Teil des Oberflächenwertes abgenommen hat. Sie

kann nach Gl.(23) unmittelbar der Impedanz

$$E_x/H_y = i\omega\mu_0/K$$

entnommen werden. Also ist der Widerstand des Halbraumes durch

$$\rho = |E_x/H_y|^2 \cdot (\omega\mu_0)^{-1} \quad (25)$$

gegeben. Im allgemeinen Fall eines nicht-homogenen Untergrundes ist in der Impedanz als Funktion der Frequenz der Widerstand als Funktion der Tiefe implizit und die in Abschnitt 3.1 definierte Eindringtiefe $C(\omega)$ direkt enthalten. Dies folgt aus der Identität

$$E_x'/-E_x' = E_y'/-E_y' = C,$$

die mit $\underline{B} = \mu_0 \underline{H}$ und Gl.(23) auf die Beziehungen

$$\frac{E_x}{i\omega B_y} = C \quad \frac{-E_y}{i\omega B_x} = C \quad (26)$$

führt (13,21).

Ein Beispiel für gleichzeitige Registrierungen tellurischer und erdmagnetischer Variationen in der Umgebung Göttingens zeigt Abb.18. Zunächst ist dem ähnlichen Verlauf der Feldschwankungen einer Komponente an entfernten Orten zu entnehmen, daß es sich wirklich um räumlich quasi-homogene Variationsfelder handelt. Nur in der magnetischen Vertikalkomponente (B_z) und der tellurischen Ostkomponente (E_y) treten systematische Unterschiede auf, die auf gewisse laterale Inhomogenitäten im Untergrund hinweisen.

Weiterhin ist eine gute Korrelation zwischen orthogonalen tellurischen und erdmagnetischen Horizontalkomponenten sichtbar. Zur Abschätzung der Eindringtiefe seien die Amplituden von E_y und B_x für die mit einem Punkt gekennzeichnete Schwingung miteinander verglichen. Sie betragen für die Station ANG 10 mV/km und 40 nT ($=10^{-9}$ Tesla). Für eine geschätzte Schwingungsperiode von 2 Std. ergibt sich daraus als Betrag der Eindringtiefe $|C| = 290$ km nach Gl.(26) und $90\Omega\text{m}$ als Widerstand eines äquiva-

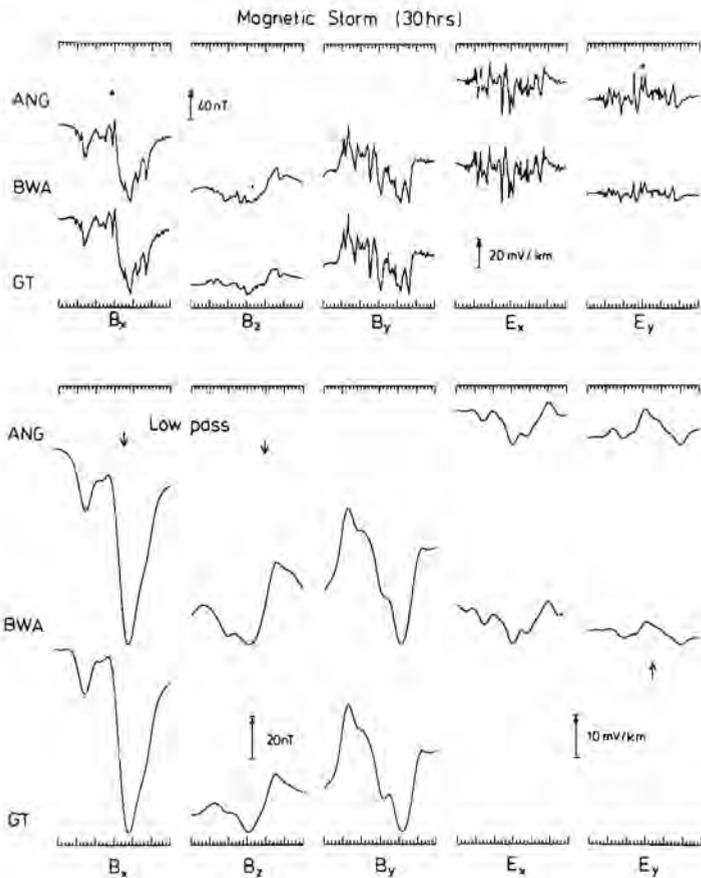


Abb.18: Gleichzeitige Aufzeichnungen eines magnetischen und tellurischen Sturms an drei Orten in Südhannover von 21 h am 24. Sept. bis 3 h am 26. Sept. 1976. Oben: Originalregistrierungen der Komponenten B_x (Nord), B_z (vertikal) und B_y (Ost) der magnetischen Kraftflußdichte und der Komponenten E_x (Nord) und E_y (Ost) des tellurischen Feldes. Unten: Die gleichen Registrierungen nach Tiefpaßfilterung zur Heraushebung der Dst-Nachphase des Sturms (Pfeile). ANG: Angerstein, BWA: Bramwald, GT: Göttingen. Mittlere Entfernung: 15 km.

lenten homogenen Leiters nach Gl.(25). Eine genauere spektral-analytische Bestimmung dieser Übertragungsfunktion zeigt Abb.19.

In ihr ist wieder $C(\omega)$ in der Form scheinbarer Widerstände ρ^* als Funktion einer Tiefe z^* dargestellt. Diese Darstellung sei nunmehr erläutert: Die allgemeine Lösung von Gl.(24) lautet

$$E_x(z) = A_m \exp(-K_m z) + B_m \exp(+K_m z)$$

$$K_m = (1+i)/p_m,$$

wenn das Modell aus einer Folge homogener Schichten besteht und E_x die Lösung in der m -ten Schicht für $z_m < z < z_{m+1}$ ist; ρ_m ist der Schichtwiderstand und p_m die zugehörige Skintiefe. Die Integrationskonstanten A_m und B_m werden durch die Stetigkeit von E_x und E_x' an Schichtgrenzen festgelegt und durch die Bedingung $E_x(\infty) = 0$.

Daraus ergibt sich mit der Definition

$$\left. \begin{array}{l} E_x \\ -E_x' \end{array} \right|_{z=z_m} = \frac{g_m}{K_m}$$

die Rekursionsformel

$$g_m = (\beta_m g_{m+1} + \tanh \alpha_m) / (1 + \beta_m g_{m+1} \tanh \alpha_m)$$

mit

$$\alpha_m = K_m d_m \quad \text{und} \quad \beta_m = K_m / K_{m+1}.$$

Die Zählung der Schichten erfolgt dabei von oben nach unten ($m = 1, 2, \dots, M$), d_m sind die Schichtdicken und $d_M = \infty$. Dann ist $g_M = 1$ und die Impedanz des Oberflächenfeldes

$$E_x/H_y = i\omega\mu_0 C = i\omega\mu_0 g_1/K_1.$$

Die Rekursionsformel wird nun auf zwei alternative Modelle angewandt: Modell I besteht aus einer schlecht-leitenden Deckschicht ($\beta_1 \ll 1$) der Dicke $d_1 = h$ und einem gut-leitenden Sub-

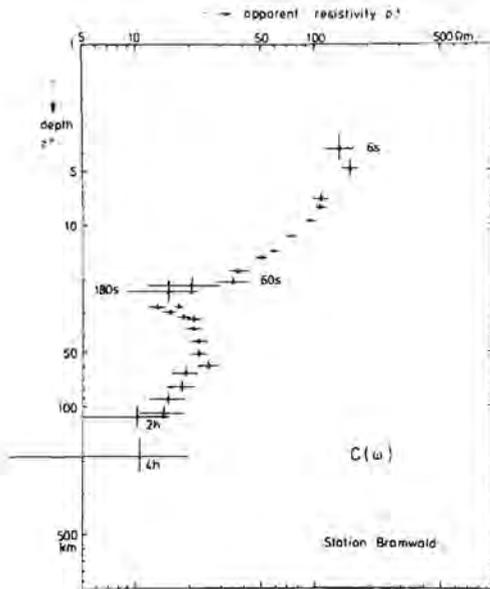


Abb.19: Scheinbares Widerstandsprofil $\rho^*(z^*)$ nach magnetotellurischen Beobachtungen im Bramwald (Station BWA in Abb. 18), berechnet für die Impedanz der tellurischen Ostkomponente. Nach Gundel et al.(39).

stratum mit dem Widerstand $\rho_2 = \rho_{II}^*$. Außerdem sei $p_1 \gg h$, also $|\alpha_1| \ll 1$. Modell II besteht aus einer dünnen gut-leitenden Deckschicht der integrierten Leitfähigkeit $\tau = d_1/\rho_1$ ($d_1 \ll p_1$) und einem schlecht-leitenden Substratum mit dem Widerstand $\rho_2 = \rho_{II}^*$ ($\beta_1 \gg 1$). Einsetzen von $g_2 = 1$ und $\tanh(\alpha_1) \approx \alpha_1$ ergibt zunächst

$$g_1 = (\beta_1 + \alpha_1) / (1 + \beta_1 \alpha_1)$$

für beide Modelle und dann speziell

$$C = d_1 + K_2^{-1} \quad (\text{Modell I})$$

$$C = (K_2 + i\omega\mu_0\tau)^{-1} \quad (\text{Modell II})$$

Umgekehrt lassen sich aus einer bekannten Eindringtiefe C die Modellparameter wie folgt ableiten:

$$\begin{aligned} \text{Modell I} \quad h &= \operatorname{Re}(C) + \operatorname{Im}(C) \\ \rho_{\text{I}}^* &= 2\omega\mu_0 \{\operatorname{Im}(C)\}^2 \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \text{Modell II} \quad \tau &= - \frac{\operatorname{Re}(C) + \operatorname{Im}(C)}{\omega\mu_0 |C|^2} \\ \rho_{\text{II}}^* &= \frac{1}{2}\omega\mu_0 \{|C|^2 / \operatorname{Re}(C)\}^2 \end{aligned}$$

Dabei ist je nach dem Vorzeichen von $\{\operatorname{Re}(C) + \operatorname{Im}(C)\}$ Modell I oder Modell II zu wählen.

Nach diesen Formeln wird eine vorgegebene komplexe Übertragungsfunktion $C(\omega)$ in zwei Modellparameter überführt, die als Funktionen der Frequenz die wahre Widerstandsverteilung charakterisieren und in ρ^* einen Schätzwerte des wahren Widerstandes in der Tiefe $z^* = \operatorname{Re}(C)$ liefern. Dies ist die Schwerpunkttiefe derjenigen induzierten Ströme, die phasengleich mit dem induzierenden Feld sind (17).

Im Unterschied zu der von Cagniard (38) gewählten Definition eines scheinbaren spez. Widerstandes ρ_a nach Gl.(25) für einen äquivalenten homogenen Leiter wird in der Definition von ρ^* nach Gl.(27) auch die Phase ϕ der Impedanz berücksichtigt. Mit $\phi = \pi/2 + \arg(C)$ ergeben sich folgende Umrechnungsformeln:

$$\begin{aligned} \rho_{\text{I}}^* &= 2\rho_a \cos^2 \phi \quad (\phi > 45^\circ) \\ \rho_{\text{II}}^* &= \frac{1}{2} \rho_a / \sin^2 \phi \quad (\phi < 45^\circ). \end{aligned} \quad (28)$$

Die Darstellung der magnetotellurischen Impedanz für die Station Bramwald (Abb.19) beginnt für eine Periode von 6 Sekunden in 4 km Tiefe mit einem scheinbaren Widerstand von 120 Ω m. In diesen relativ hohen Werten wird das hochohmige kristalline Grundgebirge der geologischen Deckschichten sichtbar, dessen wahrer

Widerstand aber noch sehr viel größer sein wird. Auffallend ist dann ein in 8 km einsetzender Widerstandsabfall, der in einem Minimum von $12\Omega\text{m}$ bei 25 km endet. In dieser Tiefe liegt unter Südhannover auch die seismische M-Diskontinuität, die definitionsgemäß Erdkruste und Erdmantel trennt. Der Wiederanstieg des Widerstandes auf etwa $25\Omega\text{m}$ unter dieser gutleitenden Zwischenschicht ist eindeutig belegt. Die scheinbare Widerstandskurve endet bei einer Schwerpunkttiefe von 200 km für eine Periode von 4 Stunden. Eine Fortführung zu längeren Perioden und größeren Tiefen erfordert die Einbeziehung von S_q und Dst , die nunmehr besprochen werden soll.

Tatsächlich lassen sich im Hintergrund der in Abb.18 gezeigten tellurischen Registrierungen langperiodische Variationen erkennen. Nach einer Tiefpaßfilterung treten sie in der unteren Darstellung insbesondere als Dst -Nachphase des Sturmes hervor, die sich in einer Verminderung der magnetischen Nordkomponente und einer Verstärkung der Vertikalkomponente ausdrückt.

Während dieser Dst -Nachphase werden in großen Tiefen Wirbelströme induziert, die die Erde auf Breitenkreisen umschließen. Um zu zeigen, daß die zur gleichen Zeit bei Göttingen beobachteten, äußerst schwachen tellurischen Variationen dem globalen Dst -Feld zuzuordnen sind, soll eine von der Widerstandsverteilung unabhängige Beziehung zwischen E_y und der magnetischen Vertikalkomponente benutzt werden. Sie folgt aus Gl.(13) und (26) durch Gleichsetzen von $-C_n H_\theta$ und CH_x und $B_z = -u_o H_r$ als

$$E_y = -i\omega \frac{a}{n+1} B_z f_n^{-1} .$$

Sie beinhaltet nichts anderes als die Gleichheit der Vertikalkomponenten von $\text{rot } \underline{E}$ und $-\underline{\beta}$ für das Dst -Feld nach der zweiten MAXWELLSchen Gleichung.

Der Aufzeichnung von B_z in GT ist eine Dst -Amplitude von 27 nT für eine Schwingungsperiode von 15 h zu entnehmen. Aus ihr errechnet sich mit $n=1$ für das Ringstromfeld, $f_n = -\text{ctg}(38.5^\circ)$ und $a = 6370$ km für den Erdradius eine theoretische tellurische

Amplitude von 8 mV/km. Wegen des Faktors $i = \sqrt{-1}$ sollten zudem die tellurische Dst-Variationen um 90° in der Phase gegenüber denjenigen von B_z verschoben sein. Dies ist auch näherungsweise der Fall, während die beobachteten tellurischen Amplituden mit 7.5 mV/km für ANG und 5 mV/km für BWA nicht ganz dem genannten theoretischen Wert entsprechen.

In der verbleibenden Diskrepanz kommt eine örtliche Verzerrung des tellurischen Feldes durch oberflächennahe Strukturen zum Ausdruck, die auch schon von Hempfling (40) für Sq festgestellt worden ist. Würde man eine ähnliche Verzerrung auch für schnelle Variationen annehmen, also für die Station BWA eine Reduktion von E_y um den Faktor 5:8, so müßte in Abb.19 der untere Teil der ρ^*_y -Widerstandskurve in der Weise abgeändert werden, daß sich die Tiefen und die scheinbaren Widerstände vergrößern und so besser an die Sq-Werte in Abb.13 anschließen.

Zusammenfassend bleibt festzustellen, daß das Verfahren der Magnetotellurik besonders geeignet ist, die örtliche vertikale Widerstandsverteilung in der Erdkruste und im oberen Mantel bis zu 100-200 km Tiefe zu erschließen. Gewisse Schwierigkeiten bereiten bei langen Perioden örtliche Verzerrungen des tellurischen Feldes durch oberflächennahe laterale Änderungen des Widerstandes. Zusätzliche Beobachtungen langperiodischer Sq und Dst Variationen bieten jedoch eine Möglichkeit, solche Verzerrungen zu erkennen und durch eine Korrektur zu berücksichtigen. Magnetotellurische Sondierungen auf dem Festland ergeben insgesamt eine hochohmige Erdkruste und einen oberen Mantel mit scheinbaren Widerständen zwischen 30 und 200 Ω m. Hervorzuheben sind sichere und vielfältige Anzeichen für eine gutleitende dünne Zwischenschicht im Grenzbereich Untere Kruste - Oberer Mantel. Sie ist vielleicht nicht überall vorhanden, aber dort, wo sie angetroffen wurde, vermindert sich in ihr der scheinbare Widerstand auf weniger als 20 Ω m. Inzwischen ist es auch gelungen, diesen guten Leiter durch eine elektrische Gleichstromsondierung im südlichen Afrika nachzuweisen (41).

6. Der elektrische Widerstand als strukturempfindliche
Eigenschaft der Materie in großen Tiefen

In den vorangegangenen Abschnitten wurde dargestellt, was erdmagnetische und tellurische Variationen über den elektrischen Widerstand im Erdinnern aussagen, wie sicher solche Aussagen sind und welche Möglichkeiten bestehen, sie zu verbessern. Nunmehr sollen die gefundenen in-situ Widerstände mit experimentell bestimmten Widerständen von ausgewählten Mineralien verglichen werden, die als repräsentativ für die Materie in großen Tiefen gelten. Das besondere Ziel dieses Vergleiches wird darin bestehen, über den Widerstand als einer Halbleitereigenschaft der Materie Auskunft über den Temperaturverlauf im Erdmantel bis zur Eindringtiefe der Dst-Variationen von 1000 km zu erhalten.

Daß es sich im Erdmantel tatsächlich um Elektronenleitung in Halbleiterkristallen handelt, zeigt zum einen die Größe der angetroffenen Widerstände zwischen $1\Omega\text{m}$ und $100\Omega\text{m}$ und zum anderen die experimentell bestimmte Temperaturabhängigkeit des Widerstandes wie sie der Abb.20 zu entnehmen ist. Für den mit wachsender absoluter Temperatur T abnehmenden Widerstand ρ ergeben sich für Halbleiter charakteristische Beziehungen der Form

$$\rho(T) = \rho_0 \exp(A/kT) \quad (29)$$

(k: BOLTZMANNsche Konstante), wobei durch ρ_0 die Zahl und Beweglichkeit der Ladungsträger und durch A die Ablösearbeit zu ihrer Überführung in das Leitungsband ausgedrückt wird. Beide Größen sind in begrenzten Temperaturintervallen näherungsweise konstant.

Bei den in Abb.20 dargestellten Ergebnissen für einen Olivinkristall erhöht sich A von 1.5eV für 900°C bis 1400°C auf

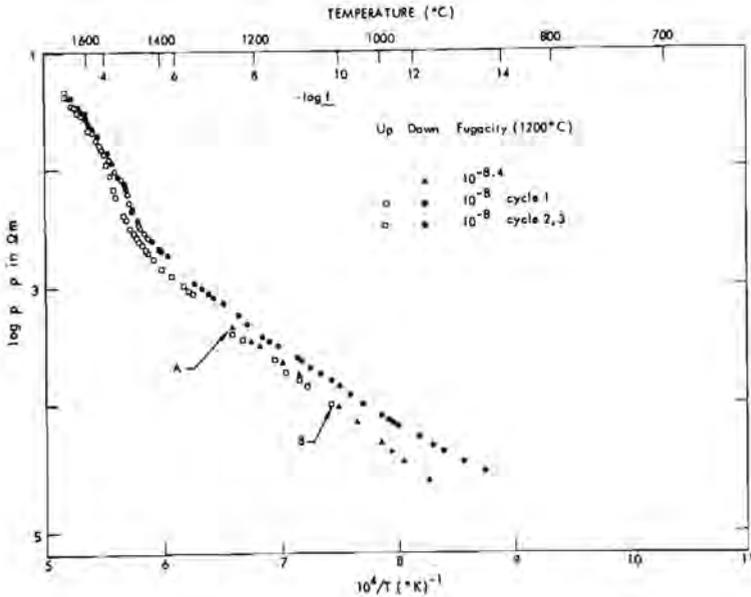


Abb.20: Labormessungen des spez. Widerstandes (ρ) einer Olivin-Probe bei Aufheizung bis 1650°C (offene Symbole) und abschließender Abkühlung (geschlossene Symbole). Vor der Abkühlung Konstanthaltung der Temperatur für 30 h (Punkt A) und 15 h (Punkt B). Während der Messungen wurde der Sauerstoffpartialdruck als Funktion der Temperatur dem Phasengleichgewicht des Systems Quarz-Fayalit-Magnetit angepaßt. Es ergeben sich abschnittsweise gültige lineare Beziehungen zwischen $\log(\rho)$ und der reziproken absoluten Temperatur T. Die Zusammensetzung des Olivins ist $(\text{Mg}_{1.81}, \text{Fe}_{0.19})\text{SiO}_4$, sein Fe_2O_3 -Gehalt $< 0.3\%$. Nach Duba et al.(42).

3.2eV für 1400°C bis 1650°C, der höchsten im Experiment erreichten Temperatur. In dem zuletzt genannten Temperaturintervall reduziert sich ρ auf 20 Ω m bis 100 Ω m. Diese Werte sind mit den für den Erdmantel bis 800 km Tiefe angegebenen Widerständen vergleichbar.

Der elektrische Widerstand im Erdmantel ist also den strukturempfindlichen Eigenschaften der Materie zuzurechnen, die sich durch eine starke Abhängigkeit von der Temperatur und der Reinheit der Kristalle auszeichnen. Er steht in diesem Sinne im Gegensatz zu jenen struktureunempfindlichen Eigenschaften wie z.B. der Kompressibilität, die sich aus der Ausbreitungsgeschwindigkeit seismischer Wellen ableiten lassen. Es ist daher möglich, daß eine auf seismischen Beobachtungen beruhende Gliederung tiefer Erdschichten in der Widerstandsverteilung nicht zum Ausdruck kommt, daß andererseits aber in ihr Vorgänge und Zustände insbesondere thermischer Art sichtbar werden, die seismische Geschwindigkeiten nur unwesentlich beeinflussen.

Insgesamt ist für den Widerstand tiefer Erdschichten eine Beziehung sowohl zur Temperatur als auch zu anderen gleichfalls strukturempfindlichen Eigenschaften zu erwarten. Unter ihnen sind die Festigkeitseigenschaften besonders hervorzuheben. Es gibt Hinweise, daß die feste Materie des Erdmantels etwa ab 100 km Tiefe die Fähigkeit besitzt, unter Spannung in einem säkularen Zeitmaßstab zu fließen. Ihre Pseudoviskosität würde dann in ähnlicher Weise wie der Widerstand mit steigender Temperatur abnehmen, so daß nachgewiesene Bereiche niedrigen Widerstandes zugleich Bereiche erhöhter Fließfähigkeit wären.

Im einzelnen lassen sich die in-situ Widerstände der Erdkruste und des Erdmantels wie folgt interpretieren: Die Erdkruste, unter Kontinenten im wesentlichen aus Granit und Gneiss bestehend, wirkt infolge der niedrigen Temperaturen, die in ihr zu erwarten sind, als Isolator mit $\rho > 1000\Omega$ m. Geologische For-

mationen, die das kristalline Grundgebirge bedecken, können im Gegensatz hierzu gute Leiter sein, sofern sie aus porenreichen Gesteinen bestehen und die in den Poren enthaltene Flüssigkeit eine hohe elektrolytische Leitfähigkeit besitzt. Bei der Induktion durch langperiodische Variationen treten sie ebenso wie die Weltmeere als abschirmende, gut leitende dünne Deckschicht in Erscheinung (vgl. Modell II, Abschn.5.2).

Überraschend ist das Auftreten guter Leiter mit $\rho \leq 10 \Omega m$ in der unteren Kruste und im oberen Mantel, über die in Abschnitt 5.2 aufgrund magnetotellurischer Messungen berichtet wurde. Eine Erklärung durch erhöhte Temperaturen nach Gl.(29) erscheint unwahrscheinlich. Sie würde nach Abb.20 Temperaturen von weit über $1600^\circ C$ erfordern. Vielmehr müssen unbekannte Zustände im Grenzbereich Kruste-Mantel für eine erhöhte Zahl und Beweglichkeit von Ladungsträgern sorgen. Es könnte sich um ein teilweises Aufschmelzen im Sinne einer Ultrametamorphose oder Anatexis handeln, aber auch andere Prozesse sind denkbar. Anzeichen dafür, daß dieser Bereich durch auffallend erniedrigte Pseudoviskositäten ausgezeichnet wäre, fehlen. Bemerkenswert ist auch die Beobachtung, daß die genannten guten Leiter nicht an Gebiete mit jungem Vulkanismus oder an geothermische Anomalien gebunden sind, wie man es bei einer thermischen Ursache erwarten würde. Sie werden -um extreme Beispiele zu nennen- sowohl unter den jungen Vulkangebieten Islands als auch unter dem kristallinen Schild von Südafrika gefunden (43,41).

Der obere Erdmantel soll im wesentlichen aus Mischkristallen der Inselsilikate Forsterit (Mg_2SiO_4) und Fayalit ($Fe_2^{II}SiO_4$) bestehen, wie sie in der Form von Olivinknollen mit vulkanischen Laven zur Erdoberfläche gelangen. Ihr Mischungsverhältnis Fayalit:Forsterit liegt nach seismischen Daten bei 1:9. Dieses Verhältnis bestimmt nun entscheidend die Größe des Widerstandes bei einer vorgegebenen Temperatur. Fe-reiche Endglieder der Mischkristallreihe erweisen sich bei $1000^\circ C$

als 1000-fach besser leitend als Mg-reiche Endglieder. Dieser Unterschied verringert sich aber bei höheren Temperaturen (44).

Da der Widerstand eine strukturempfindliche Eigenschaft ist, geht ein ähnlich starker Einfluß von kleinen Verunreinigungen aus. Dies gilt insbesondere für eine Oxydation des zweiwertigen Eisens im Olivin, also kleinen Beimengungen von $\text{Fe}_2^{\text{III}}\text{O}_3$, die den Widerstand deutlich herabsetzen (44,45). Bei Hochtemperaturesperimenten bedarf es daher besonderer Vorkehrungen, um eine unkontrollierte Oxydation im Verlauf der Erhitzung zu verhindern und reproduzierbare Widerstände als Funktion der Temperatur zu erhalten (Abb.20).

Über die zu erwartende Reinheit der Olivine im Erdmantel und ihren Oxydationszustand läßt sich nur wenig sagen. Um im folgenden von einem definierten Zustand auszugehen sei angenommen, daß der Sauerstoffpartialdruck im Erdmantel als Funktion der Tiefe und Temperatur den Bedingungen entspricht, die für das in Abb.20 gezeigte Experiment gewählt wurden. Auch das Mischungsverhältnis Fayalit:Forsterit der Olivine im Erdmantel soll dem Mischungsverhältnis der untersuchten Probe entsprechen.

Experimentell ungeklärt ist die Frage, wie Druckerhöhungen und Phasenübergänge die Halbleitereigenschaften von Olivin verändern. Immerhin wird in 1000 km Tiefe ein Druck von 210 kbar ($=2.1 \cdot 10^{10} \text{N/m}^2$) erreicht und für den Bereich von 400 km bis 600 km wird eine Phasenumwandlung von Olivin in Spinell erwartet. Duba et al.(42) finden keine systematische Druckabhängigkeit des Widerstandes bis zu 8 kbar, so daß hier eine Berücksichtigung des Druckes unterbleiben soll.

Unter den genannten Vorbehalten, die aufgrund neuerer Laborergebnisse von Haak(45) zusammenfassend dargestellt worden sind, werden nunmehr die experimentellen Daten von Abb.20 auf die Widerstandsmodelle von Abb.15 und 16 angewandt. Die

geringe Tiefenauflösung dieser Modelle läßt es nicht zu, den Temperaturanstieg im oberen Erdmantel bis 1500°C im einzelnen zu verfolgen. Der bei 1560°C erreichte Widerstand von $60\Omega\text{m}$ entspricht dem Widerstand der ersten Schicht des linken 4-Schichtenmodells in Abb.16, mit dem eine -nicht ganz zulässige- größtmögliche Tiefenauflösung im oberen Erdmantel versucht wurde. Die übrigen Modelle geringerer Auflösung haben Widerstände von $40\text{-}50\Omega\text{m}$ entsprechend einer mittleren Temperatur von 1600°C bis zu Tiefen von $600\text{-}800\text{ km}$.

Die in dem linken Modell von Abb.16 enthaltene Verminderung des Widerstandes zwischen 250 und 400 km , die allerdings aus den in Abschnitt 4 genannten Gründen unsicher ist, sollte wie die gut-leitende Zwischenschicht in geringerer Tiefe nicht durch einen Temperaturanstieg sondern durch eine erhöhte Zahl und Beweglichkeit von Ladungsträgern erklärt werden. In der genannten Tiefe liegt auch ein als "Asthenosphäre" bezeichneter Bereich maximaler anelastischer Absorption seismischer Energie und damit erhöhter Fließfähigkeit der Mantelmaterie.

Da in den Modellen Anzeichen für eine stetige Abnahme des Widerstandes im Erdmantel bis $600\text{-}800\text{ km}$ Tiefe fehlen, sollte auch der Temperaturanstieg hier entsprechend gering sein, so daß eine Temperatur von 1600°C kaum überschritten wird. Geht man davon aus, daß der Temperaturgradient infolge intensiver thermischer Konvektion seinem adiabatischen Wert von $50^{\circ}\text{C}/100\text{km}$ nahekommt, würde man für die Tiefen von 200 km , 400 km und 600 km Temperaturen von 1500°C , 1600°C und 1700°C annehmen dürfen.

Zur Erklärung des steilen Widerstandsabfalls auf weniger als $1\Omega\text{m}$ in 800 km Tiefe, der auch bereits in 600 km Tiefe beginnen könnte, fehlen experimentelle Daten. Es ist unwahrscheinlich, daß er auf einem entsprechend steilen Anstieg der Temperatur beruhen könnte. Er fällt vielmehr in einen Tiefenbereich mit

starken Gradienten und sprunghaften Erhöhungen der seismischen Geschwindigkeiten. Sie deuten auf eine Phasenumwandlung der Olivine hin, die vielleicht mit einer Zunahme ihres Fayalitgehaltes verbunden ist. Zu dieser Zunahme des Fe-Gehaltes würde die sicher nachgewiesene Verminderung des in-situ Widerstandes gut passen.

Die in Abschnitt 4 erwähnte Möglichkeit, daß der Widerstandsabfall von schmalen Bereichen mit hohem und extrem niedrigem Widerstand eingeschlossen ist, soll hier nicht weiter erörtert werden. Wichtig ist aber die Erkenntnis, daß unterhalb von 800 km Tiefe bis etwa 1200 km keine weitere Reduzierung des Widerstandes zu erfolgen scheint. Nach den Modellrechnungen liegt er gleichbleibend zwischen 0.3 Ω m und 1 Ω m, ohne daß diesen Werten ein aus experimentellen Daten abgeleiteter Temperaturbereich zugeordnet werden könnte.

Hiermit sind die Grenzen einer Interpretation erreicht, die bewußt auf den experimentell bestimmten Widerständen einer einzelnen Mineralprobe aufgebaut war. Sie hat zu Schätzwerten der Temperatur im Erdmantel geführt, die mit keiner anderen geophysikalischen Methode hätten gewonnen werden können. Zugleich sind Zonen sichtbar geworden, in denen durch besondere Umstände der Widerstand mehr als es seiner Temperaturabhängigkeit allein entspricht erniedrigt wird. Dies sind vielleicht auch Zonen mit erhöhter Fließfähigkeit der Materie. Es ist aber auch deutlich geworden, daß eine Interpretation der in-situ Widerstände des Erdmantels von sehr speziellen Annahmen über Zustand und Zusammensetzung der Materie ausgehen muß, die im einzelnen sehr viel ausführlicher zu begründen wären als es hier geschehen ist.

Literaturverzeichnis

- (1) C.F.Gauß und W.Weber, Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins im Jahre 1837. Dieterichsche Buchhandlung, Göttingen 1838
- (2) A.Schuster, Phil.Trans.Roy.Soc.London A 180(1889) 467-518
- (3) S.Chapman und A.T.Price, Phil.Trans.Roy.Soc.London A 229(1930) 427-460
- (4) J.F.Devane, Acta Geodaet,Geophys.Mont.Acad.Sci.Hung. 12(1977) 369-375
- (5) S.Chapman, Phil.Trans.Roy.soc.London A 218(1919) 1-118
- (6) S.R.C.Malin, Phil.Trans.Roy.Soc.London A 274(1973) 551-594
- (7) W.D.Parkinson, An Analysis of the Geomagnetic Diurnal Variations During the International Geophysical Year. Bull. 173 Dept. National Resources, Australian Government Publishing Service 1977
- (8) U.Schmucker, Protokoll Kolloquium Erdmagnetische Tiefensonndierung Grafrath, Hrg.A.Berktold, Institut für Geophysik Univ.München (1974) 313-342
- (9) B.N.Lahiri und A.T.Price, Phil.Trans.Roy.Soc.London A 237(1939) 509-540
- (10) T.Rikitake, Bull.Earthquake Res.Inst. Tokyo Univ. 28(1950) 45-100, 219-262 und 263-283
- (11) K.L.McDonald, J.Geophys.Res. 62(1957) 117-141
- (12) W.M.Elsasser, Rev.Mod.Phys. 22(1950) 1-35
- (13) U.Schmucker, Anomalies of Geomagnetic Variations in the Southwestern United States. Vol. 13 Bull. Scripps Institution of Oceanography LaJolla/Calif., Univ. of California Press, Berkeley 1970
- (14) D.H.Eckhardt, J.Geophys.Res. 68(1963) 6273-6278
- (15) R.J.Banks, Geophys.J.R.astr.Soc. 17(1969) 457-487
- (16) R.J.Banks, J.Gemagn.Geolectr. 24(1972) 337-351
- (17) P.Weidelt, Z.Geophys. 38(1972) 257-289
- (18) R.S.Anderssen,S.-A.Gustafson und D.E.Winch, Earth Planet.Sci,Lett. 44(1979) 1-6

- (19) J. Pěčová und O. Praus, Acta Geodaet. Geophys. Mont. Acad. Sci. Hung. 12 (1977) 407-415
- (20) U. Schmucker, J. Geomagn. Geoelectr. 22 (1970) 9-33
- (21) M.N. Berdichevsky, L.L. Vanyan und E.B. Fainberg, Geomagnetism and Aeronomy 9 (1969) 299-301 (Seitenzählung d. Übersetzung)
- (22) A.F. Kuckes, Geophys. J. R. astr. Soc. 32 (1973) 119-131
- (23) M.N. Berdichevsky, E.B. Fainberg, N.M. Rotanova, N.M. Smirnov und L.L. Vanyan, Ann. Geophys. 32 (1976) 143-155
- (24) F.E. Lilley und D.V. Woods, Vortrag Fourth Workshop on Electromagnetic Induction in the Earth and Moon Murnau 1978, Inst. Geophysik Univ. Göttingen 1978
- (25) E.B. Fainberg und M.N. Berdichevsky, Acta Geodaet. Geophys. Mont. Acad. Sci. Hung. 12 (1977) 377-391
- (26) J. Larsen, Geophys. J. R. astr. Soc. 43 (1976) 17-46
- (27) J. Filloux, Nature 269 (1969) 297-301
- (28) C.S. Cox, J.H. Filloux, D.I. Gough, J.C. Larsen, K.A. Poehls, R.P. Von Herzen und R. Winter, J. Geomagn. Geoelectr. (im Druck)
- (29) R.C. Bailey, Proc. Roy. Soc. London A 315 (1970) 185-194
- (30) R.S. Anderssen, Phys. Earth Planet. Inter. 10 (1975) 292-298
- (31) R.J. Jady, Geophys. J. R. Soc. 36 (1974) 399-410
- (32) D.L. B. Jupp u. K. Vozoff, J. R. astr. Soc. 42 (1975) 957-976
- (33) W. Müller, Acta Geodaet. Geophys. Mont. Acad. Sci. Hung. 12 (1977) 215-222
- (34) J. Bartels, Nachr. Akad. Wiss. Göttingen, Phys.-Math. Klasse Abt. IIa (1954) 95-100(nr.5)
- (35) H. Wiese, Geomagnetische Tiefentellurik. Abh. Nr. 36, Geomagnet. Inst. Dt. Akad. Wiss. Berlin 1965
- (36) G. Fanslau, Gerlands Beitr. Geophys. 77 (1968) 35-41
- (37) A.N. Tikhonov, Akad. Nauk SSR Doklady 73 (1960) 295-297
- (38) L. Cagniard, Geophysics 18 (1953) 605-635

- (39) A.Gundel, E.Steveling und J.Watermann, Erdmagnetische und magnetotellurische Sondierungen im Gebiet des mitteleuropäischen Riftsystems, insbesondere dem Rheingraben. Schlußbericht z, ersten Abschnitt d. Forschungsprogramms 126-76 d.Kommission d.Europäischen Gemeinschaften, Institut f. Geophysik Univ.Göttingen 1978
- (40) R.Hempfling, Beobachtung und Auswertung tagesperiodischer Variationen des erdelektrischen Feldes in der Umgebung von Göttingen. Diss. Univ. Göttingen 1977
- (41) E.-K.Blohm, P.Worzyk und H.Scriba, J.Geophys. 43(1977) 665-679
- (42) A.Duba, H.C.Heard und R.N.Schock, J.Geophys.Res. 79(1974) 1667-1673
- (43) M.Beblo und A.Björnsson, J.Geophys. 45(1978) 1-16
- (44) T.J.Shankland, Phys.Earth.Planet.Int. 10(1975) 209-219
- (45) A.Duba und I.A.Nicholls, Earth Planet.Sci.Lett. 18(1973) 59-64
- (46) V.Haak, J.Geomagn. Geoelectr. (im Druck)

Die Autoren dieses Heftes

Engelhardt, Wolf Frh. von, Dr. phil., o. Professor (em.),
Mineralogisch-Petrographisches Institut
der Universität Tübingen,
Wilhelmstraße 56, 7400 Tübingen

Schidlowski, Manfred, Dr. rer. nat., Professor, Max-Planck-
Institut für Chemie (Otto-Hahn-Institut),
Saarstraße 23, 6500 Mainz

Schmucker, Ulrich, Dr. rer. nat., Professor, Institut für
Geophysik der Universität Göttingen,
Herzberger Landstraße 180, 3400 Göttingen